УДК 532.5

ДИНАМИКА ПЛЕНОК ПОВЕРХНОСТНО–АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ТРИАД КРАЕВЫХ ВОЛН

Авербух Е.Л.[1], Куркина О.Е.[2,1], Куркин А.А.[1]

[1]*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е.Алексеева, Н.Новгород, Россия*
[2]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Н.Новгород, Россия*

Представленные результаты поисковой научно-исследовательской работы получены в рамках реализации мероприятий 1.2.1 и 1.3.2 ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы, а также при поддержке грантов Президента РФ для молодых российских ученых – докторов наук (МД-99.2010.5), и РФФИ 10 05 00199а.

АННОТАЦИЯ

В работе проведено численное исследование динамики пленок поверхностно-активных веществ под воздействием нелинейных резонансных трехволновых взаимодействий топографических захваченных длинных волн на шельфе моря в приближении цилиндрического рельефа дна в рамках модели адвекции, дополненной диффузионными и релаксационными слагаемыми. Проведены расчеты для различных моделей аппроксимации дна («бесконечный откос», «шельф-ступенька» и вогнутый экспоненциальный шельф). Было произведено сравнение случая стационарного значения амплитуд, соответствующего устойчивому состоянию равновесия системы, с нестационарным случаем и случаем частично стоячей волны в контексте динамики пленок поверхностно–активных веществ. Показано, что учет нелинейных взаимодействий волновых мод ярко отражается в поле концентрации.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие возрождение интереса к динамике примесей связанно с увеличением загрязнения Мирового океана, а так же с проблемой дистанционного зондирования океана и необходимостью интерпретировать получаемые при этом радиолокационные изображения. В ходе изучения пленочных сликов стало понятно, что их формирование связанно с перераспределением концентрации загрязняющих веществ под воздействием переменных течений, обусловленных различными динамическими процессами.

Явления, связанные со сликообразованием пленок поверхностно – активных веществ (ПАВ), активно изучались для ряда процессов в океане и атмосфере, среди них циркуляции Ленгмюра, апвеллинг, внутренние волны, конвергентные зоны фронтов и вихревых структур. Однако, поверхностные проявления краевых волн, которые вызывают небольшие смещения морской поверхности, а создают наиболее заметные возмущения именно в поле горизонтальной скорости, были рассмотрены лишь в работе [1], где изучались особенности динамики ПАВ в поле линейных бегущих краевых волн в прибрежной зоне. Данная работа является продолжением исследования и рассматривает важный эффект зарождения дополнительной моды краевой волны.

Резонансные нелинейные взаимодействия краевых волн рассматриваются как один из основных механизмов перераспределения энергии волновых движений в прибрежной зоне. Исследования в этом направлении проводятся уже более 30 лет. Так, существование резонансных триад краевых волн Стокса над откосом постоянного уклона было доказано еще в работе [2], и затем подтверждено в последующих статьях [3,4]. Трехволновые резонансы возникают для краевых волн и над подводным рельефом сложной формы [4,5]. Более сложной задачей является учет влияния нелинейных резонансных трехволновых взаимодействий краевых волн на динамику примесей и загрязнений.

© Авербух Е.Л., Куркина О.Е., Куркин А.А.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

В качестве основы исследования было положено уравнение баланса поверхностной концентрации Г (x,y,t) пленок ПАВ:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t}+\nabla(u\Gamma)=D\Delta\Gamma+\frac{\Gamma_0-\Gamma}{\tau},$$

где u – двухмерный (поверхностный) вектор скорости гидродинамического потока. Параметр D есть коэффициент горизонтальной (поверхностной) диффузии, а τ – характерное время релаксации пленки, описывающее процессы обмена с более глубокими слоями воды, Γ_0 – равновесная концентрация пленки на поверхности раздела (в отсутствие течения). Уравнение решается численно с помощью метода конечных разностей. Неявная схема решалась методом переменных направлений. В качестве граничных условий на берегу (вдоль оси Ox) ставилось условие непротекания, а мористую границу области будем считать достаточно далекой, так чтобы волновые возмущения не успевали доходить в эту область за время расчетов, т.е. концентрация там не изменялась и всегда оставалась равной начальной, или равновесной, концентрации Γ_0. На боковых границах (вдоль оси Oy) было задано периодическое граничное условие.

Основные уравнения, описывающие длинноволновые движения идеальной несжимаемой нестратифицированной жидкости в бассейне с цилиндрическим рельефом, задаваемым профилем глубины h(x), имеют вид:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t}+(hu)_x+(hv)_y=-(\eta u)_x-(\eta v)_y,$$

$$\frac{\partial (hu)}{\partial t}+gh\eta_x=-huu_x-hvu_y,$$

$$\frac{\partial (hv)}{\partial t}+gh\eta_y=-huv_x-hvv_y,$$

где η(x, y, t) – смещение поверхности жидкости, u и v –компоненты гидродинамической скорости.

Рассмотрим вклад резонансных нелинейных трехволновых взаимодействий топографических захваченных волн, оказывающий основное влияние на перераспределение волновой энергии в прибрежной зоне. В такой постановке решение η(x, y, t) представимо в виде [3]:

$$\eta^{(1)}=\sum_r\sum_n\frac{1}{2}A_r^n(T)F_r^n(x)e^{i(k_r y-\omega_r^n t)}+K.C.,$$

где η(1) представляет собой ряд Фурье линейных мод, а амплитуды A(T), медленно изменяются во времени, F–структура моды, k–волновое число, ω – частота.

Рассмотрим одну резонансную триаду волн с волновыми числами k1, k2, k3 (k3 = k1 + k2), соответствующих модам n1, n2, n3. Уравнения связи k2 и k1, обеспечивающие выполнение условия синхронизма частот

$$\omega_{n_3}(k_3)=\omega_{n_1}(k_1)+\omega_{n_2}(k_2)$$

были выписаны в работе [4] и имеют вид:

$$\sqrt{k_2}=\sqrt{k_1}\frac{2(n_3-n_1)}{\sqrt{(2n_1+1)(2n_2+1)}\pm\sqrt{(2n_1+1)(2n_2+1)-4(n_3-n_1)(n_3-n_2)}}$$

При этом медленно изменяющиеся во времени амплитуды Aj волны моды nj связаны системой уравнений:

$$\begin{cases} A_{1T}=i\mu_1 A_2^* A_3, \\ A_{2T}=i\mu_2 A_1^* A_3, \\ A_{3T}=i\mu_3 A_1 A_2, \end{cases}$$

где «*» обозначает комплексное сопряжение, i – мнимая единица, μ_i- коэффициенты взаимодействия. Поле скорости в длинных волнах восстанавливалось согласно смещению η.

Устойчивое состояние равновесия в системе соответствует триаде с постоянными амплитудами [6]:

$$|A_1|=|A_2|=A=const, |A_3|=A\sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_2}},$$

$$\arg A_{1,2}=\mu_{1,2}A\sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_2}}t+\varphi_{01,02}, \varphi_{01,02}=\text{const},$$

$$\arg A_3=A\sqrt{\mu_3(\mu_1+\mu_2)}t+\varphi_{01}+\varphi_{02}.$$

Рассмотрим триаду «001» с соответствующими коэффициентами взаимодействия и волновыми числами:

$$\mu_1=\frac{1}{8}\mu, \mu_2=\frac{1}{64}\mu, \mu_3=\frac{9}{64}\mu,$$

$$\mu=k_1\sqrt{gk_1/\alpha},$$

$$k_2=-\frac{1}{4}k_1, k_3=\frac{3}{4}k_1.$$

Тогда волновое поле имеет следующий вид, а поля скоростей могут быть представлены аналогичным способом.

$$\eta(x,y,t)=\frac{1}{2}\{AF^0(y,k_1)\cos(\omega_1 t-k_1x+\mu_1 A\sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_2}}\ t)+$$

$$+AF^0(y,k_2)\cos(\omega_2 t-k_2x+\mu_2 A\sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_2}}\ t)+$$

$$+A\sqrt{\frac{\mu_3}{\mu_1+\mu_2}}F^1(y,k_3)\cos(\omega_3 t-k_3x+A\sqrt{\mu_3(\mu_1+\mu_2)}\ t).\}+\frac{1}{2}K.C.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведем результаты численного моделирования динамики пленок ПАВ в поле резонансно взаимодействующей триады «001» над обкосом постоянного уклона. Начальный уровень концентрации Γ_0 единичный (обезразмеренный). Рассматривалась слабая диссипация ($D = 5$ [m²/c], $\tau = 5$ ч). Пространственные и временные параметры были обезразмеренны на минимальное по модулю значение волновых чисел и частот из триады.

Рис.1 демонстрирует распределение концентраций вдоль линии уреза соответствующее устойчивому состоянию равновесия.

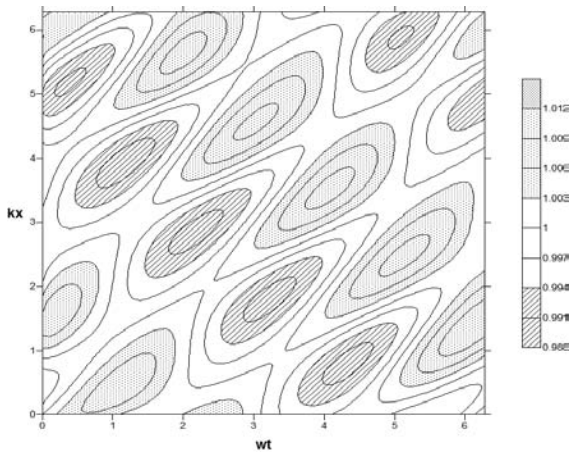

Рис.1 Концентрация вдоль линии уреза для стационарного случая

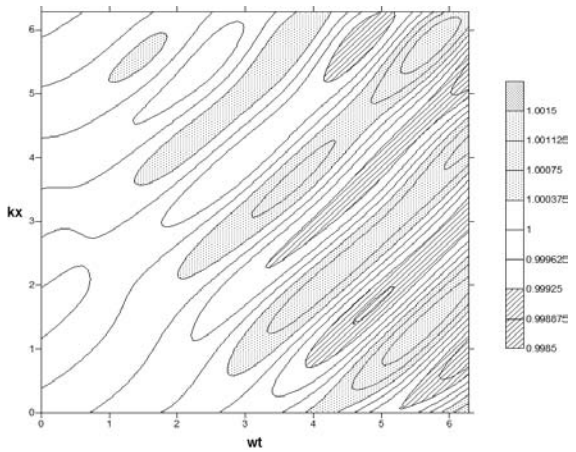

Рис.2 Концентрация вдоль линии уреза для нестационарного случая

На рис.2 представлено распределение концентраций вдоль линии уреза соответствующее нестационарному случаю. Начальные параметры были выбраны таким образом, что две гармоники с реальными амплитудами побуждают третью гармонику первой моды.

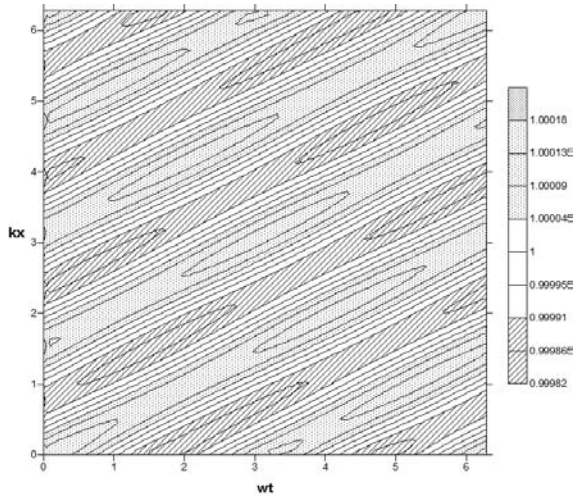

Рис.3 Концентрация вдоль линии уреза для частично-стоячей волны

Для сравнения с двумя различными случаями взаимодействий, приведем результаты запуска частично-стоячей волны с параметрами аналогичными двум гармоникам, побуждающих к нелинейному трехволновому взаимодействию. Данные результаты моделирования представлены на рис.3.

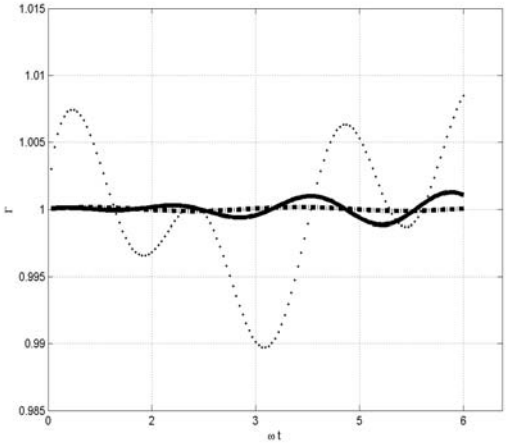

Рис.4 Концентрация в фиксированной точке пространства с течением времени

Можно заметить, что отклонение концентраций от равновесного значения изменяется на порядок и максимален в случае стационарного

взаимодействия, а для частично-стоячей волны колебания концентраций минимальны.

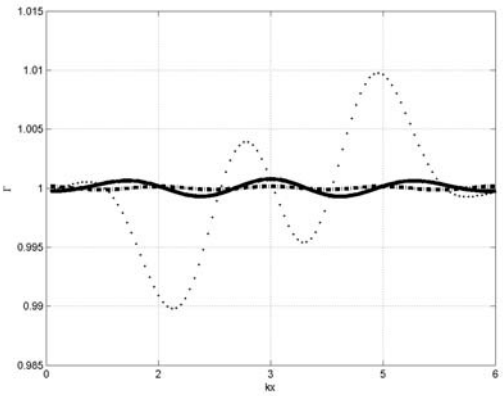

Рис.5 Концентрация вдоль линии уреза в фиксированный момент времени

Общая геометрия пленки отличается по своей структуре. В случае нестационарного случая отчетливо наблюдается зарождение более высокочастотной гармоники. Необходимо отметить, что для триад с более высокомодовыми компонентами, уровень концентрации будет резко увеличиваться. Данный эффект связан с увеличением энергетического уровня для высоких мод.

Для более подробного анализа представим рис.4 с графиками распределения концентрации в фиксированной точке расчетной области (одинаковой для трех возможных случаев) и рис.5 с графиком распределения концентрации пленки поверхностно–активных веществ вдоль линии уреза, в фиксированный момент времени. На рис.4 и 5 были использованы следующие обозначения: – – – – – стационарный;
——— нестационарный;
— . — . — частично – стоячий случай.

ВЫВОДЫ

Исследование пространственной и временной структуры резонансных триад в контексте динамики примеси показало, что даже в случае постоянных амплитуд (равновесные значения) наблюдается сложная интерференционная структура волнового поля и поля поверхностной концентрации. Необходимо отметить, что отклонение концентраций от равновесного значения изменяется на порядок и максимально в случае стационарного взаимодействия, а для частично-стоячей волны колебания концентраций минимальны. Общая геометрия пленки при этом отличается по своей структуре. В нестационарном случае отчетливо наблюдается зарождение более высокочастотной гармоники. Полученные профили течения могут быть использованы при интерпретации радиолокационных снимков морской поверхности, а так же для объяснения пленочного механизма распознавания изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авербух Е.Л. Моделирование динамики пленок поверхностно – активных веществ в поле линейных бегущих краевых волн на шельфе моря / Е.Л. Авербух, О.Е. Куркина, А.А. Куркин // Вестник МГОУ. Серия «Естественные науки».- 2011.- №2. -С.109–122.
2. Kenyon K.E. A note on conservative edge wave interactions / K.E. Kenyon // Deep-Sea Research. -1970. -V. 17. - P. 197 – 201.
3. Kirby J.T. Evolution equations for edge waves and shear waves on longshore uniform beaches / J.T. Kirby, U. Putrevu, H.T. Ozkan-Haller // Proc. 26th Int. Conf. Coastal Engineering. -1998. -P. 203 – 216.
4. Кочергин И.Е. Нелинейное взаимодействие триады краевых волн/ И.Е. Кочергин, Е.Н. Пелиновский// Океанология. -1989. -Т. 29, № 6.- С. 899 – 903.
5. Galletta V. Nonlinear effects on edge wave development / V. Galletta, G. Vittori // European Journal of Mechanics B\ Fluids. -2004. -V. 23. -P. 861 – 878.
6. Pelinovsky E. Rogue edge waves in the ocean / E.Pelinovsky, O.Polukhina, A. Kurkin // European Physical Journal Special Topics. -2010. -№ 185.- С.35—44