УДК 536.252:532.527.2

ГИДРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН СНАРУЖИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРА ПРИ ПРОТОКЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ЕГО ПОВЕРХНОСТЬ

Мочалин Е.В.

Донбасский государственный технический университет, Алчевск, Украина

АННОТАЦИЯ

Рассматривается течение жидкости между неподвижным внешним и вращающимся внутренним проницаемыми цилиндрами с отсосом жидкости через внутренний цилиндр. Приводятся результаты численного моделирования на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса и переноса тепла вместе с уравнениями переноса турбулентных напряжений.

Показано, что критические значения скорости отсоса, соответствующие центробежной потере устойчивости, не зависят от ширины зазора между цилиндрами. Продемонстрирована возможность значительного увеличения теплоотдачи от вращающегося цилиндра за счет отсоса жидкости. Отмечено существенное влияние на теплообмен размера и расположения отверстий в его поверхности для протока жидкости.

ВВЕДЕНИЕ

Течение между соосными вращающимися цилиндрами (течение Куэтта-Тэйлора) после появления работы Тэйлора [1] привлекает устойчивое и постоянное внимание исследователей. Во многом этот интерес обусловлен тем, что в этом течении в рамках достаточно простой геометрии проявляются важные физические особенности закрученных потоков, связанные с комплексным влиянием подвижных твердых стенок и объемных центробежных сил. В частности, при различных условиях в кольцевой области между цилиндрами могут реализовываться разнообразные режимы течения: от первичного ламинарного с круговыми линиями тока, до большого количества ламинарных и турбулентных макровихревых движений [2,3,4]. В последнем случае мы имеем в виду наличие вторичных течений в виде крупномасштабных вихревых структур.

Кроме чисто теоретического значения, течение между вращающимися цилиндрами является модельным для изучения многих технических систем, гидродинамические и тепловые процессы в которых определяют технические характеристики и энергоэффективность различного оборудования и силовых установок.

Различным аспектам течения Куэтта-Тэйлора посвящено огромное количество работ. Содержательный обзор наиболее известных результатов можно найти в монографии [5]. Последним исследованиям, включающим непосредственное численное моделирования (DNS) ламинарных и турбулентных макровихревых режимов течения, посвящены работы [6,7].

В интересах управления режимами течения в потоке Куэтта-Тэйлора, а также интенсивностью процессов обмена импульсом и теплотой между цилиндрами и потоком жидкости, рассматривалось влияние различных дополнительных факторов. Это и вынужденное осевое течение жидкости между соосными цилиндрами [8,9,10], и внешнее магнитное поле в случае электропроводной жидкости [11], и, даже, вязкопластические свойства специфических сред [12]. Рассматривалось также влияние шероховотасти и рельефа на вращающемся цилиндре. Представляет интерес влияние на гидродинамику и теплообмен протока жидкости через поверхность вращающегося цилиндра, поскольку известно

существенное влияние этого фактора на устойчивость течения, развитие турбулентности и теплообмен в пограничных слоях на различных поверхностях. Однако, применительно к течению между вращающимися цилиндрами имеется очень мало данных, в частности, о влиянии отсоса жидкости через поверхность внутреннего цилиндра. Это связано с целым рядом трудностей, существенно затрудняющих экспериментальные исследования и теоретический анализ этой задачи. В монографии [13] показаны основные особенности устойчивого ламинарного движения вязкой жидкости между неподвижным внешним и вращающимся внутренним проницаемыми цилиндрами с протоком (отсосом) жидкости внутрь последнего. В частности, точное аналитическое решение уравнений Навье-Стокса для осесимметричного ламинарного течения при отсутствии осевого движения жидкости дает следующий профиль безразмерной окружной скорости:

$$v_\varphi = \frac{\tilde{r}^{2-\mathrm{Re}_r} - \left(1+\tilde{h}\right)^{2-\mathrm{Re}_r}}{\tilde{r}\left(1-\left(1+\tilde{h}\right)^{2-\mathrm{Re}_r}\right)}, \qquad (1)$$

где $\mathrm{Re}_r = V_0 R_1/\nu$ – число Рейнольда, характеризующее вынужденное радиальное движение; V_o – скорость отсоса жидкости на поверхности вращающегося цилиндра; $\tilde{r} = r/R_1, \tilde{h} = (R_2 - R_1)/R_1$ – безразмерные радиальная координата и ширина кольцевого зазора; R_1, R_2 – радиусы внутреннего и вншнего цилиндров.

В качестве масштаба скорости принята окружная скорость поверхности вращающегося цилиндра $W = \Omega R_1$.

Для $\tilde{h} \geq 0.1$ уже при $\mathrm{Re}_r > 50$ профиль скорости практически не зависит от ширины зазора $\tilde{h}$ и определяется ассимптотической формулой

$$v\varphi = \tilde{r}^{1-\mathrm{Re}r}. \qquad (2)$$

При этом окружное движение сосредоточено в пограничном слое у поверхности вращающегося цилиндра, толщина котрого уменьшается с ростом $\mathrm{Re}_r = 10^4$, и при составляет около 0.5% ширины зазора $(\tilde{\delta} \approx 0.005\tilde{h})$.

Безразмерным параметром, характеризующим вынужденное окружное движение в рассматриваемом, случае является вращательное число Рейнольдса $\mathrm{Re}_\varphi = WR_1/\nu$. Вместо Re_r в совокупности с Re_φ удобно использовать безразмерную скорость отоса жидкости

$$v_o = V_o / W \ . \qquad (3)$$

В работе [13] установлена также расчетным путем с позиций линейной теории гидродинамической устойчивости граница потери устойчивости первичным ламинарным течением. Соответствующие кривые нейтральной устойчивости в плоскости $(\mathrm{Re}_\varphi, v_o)$ представлены на рис.1.

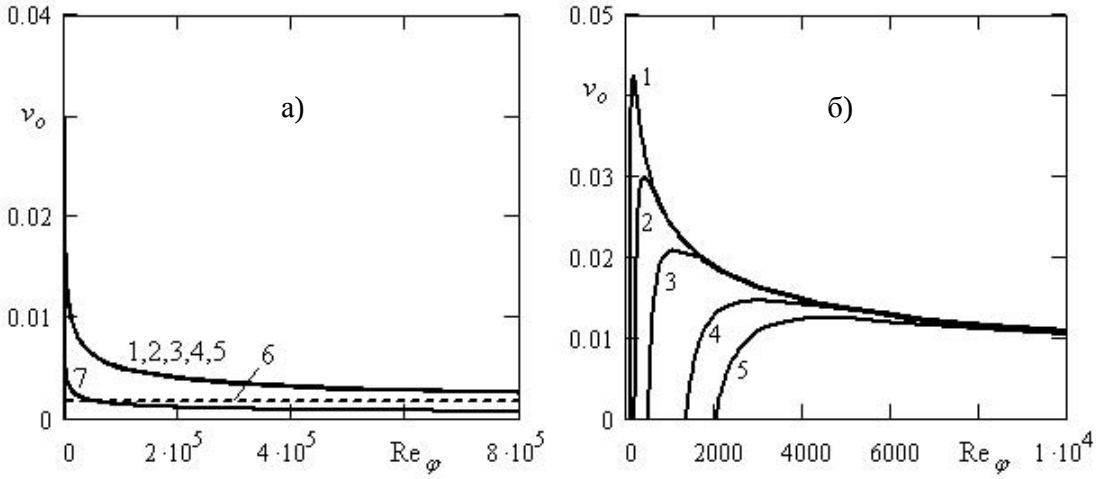

Рис.1 Нейтральные кривые устойчивости течения в кольцевом зазоре снаружи вращающегося проницаемого цилиндра в диапазонах $\mathrm{Re}_\varphi \leq 8\cdot10^5$ (а) и $\mathrm{Re}_\varphi \leq 1\cdot10^4$ (б): 1 – $\tilde{h} = 0.8048$; 2 – $\tilde{h} = 0.4024$; 3 – $\tilde{h} = 0.2012$; 4 – $\tilde{h} = 0.1006$; 5 – $\tilde{h} = 0.0768$; 6 – ассимптотический пограничный слой на плоской пластине с отсосом; 7 – пограничный слой на вогнутой поверхности с отсосом

Кривые 6,7 соответствуют формальному применению к рассматриваемой задаче известных результатов по устойчивости сформировавшегося (ассимптотического) пограничного слоя на плоской пластине с отсосом жидкости [14] и на вогнутой поверхности с отсосом. Профиль скорости на плоской пластине с отсосом, хотя и дается формулой несколько иного вида, однако, практически совпадает с профилем (2) (если рассматривать относительное движение жидкости). В то же время для обеспечения устойчивого течения в пограичном слое снаружи вращающего цилиндра требуется существенно большее значение скорости отоса. Следует, однако, иметь в виду, что в пограничном слое на плоской пластине потеря устойчивости означает переход от ламинарного к турбулентному течению, а для потока снаружи вращающегося цилиндра или вблизи вогнутой поверхности мы рассматриваем возникновение вторичных вихревых течений (макровихрей в виде виде вихрей Тэйлора или Гертлера), которые, в принципе, могут возникать как при ламинарном, так и при турбулентном движении. Кривая 7 на рис.1 дает оценку применения известной зависимости для критического числа Гертлера в случае пограничного слоя с отсосом на вогнутой поверхности [15]. Такая оценка дает в несколько раз заниженные значения критической скорости отсоса $(\nu_0)_{cr}$.

Из представленных данных видно, что при $Re_\varphi \geq 10^4$ нейтральная кривая устойчивости не зависит от относительной ширины кольцевого зазора. Ее аналитическим выражением является следующая аппроксимирующая зависимость:

$$(\nu_0)_{cr}=0.26\ Re_\varphi^{-0.35}+3.3\cdot 10^{-4} \qquad (4)$$

В работе [13] приводятся также результаты численного моделирования, демонстрирующие следующий факт: при достаточнго большой угловой скорости цилиндра (по крайней мере, при $Re_\varphi>5\cdot 10^4$), с уменьшением скорости отсоса v_O от заведомо больших значений, в пограничном слое у вращающейся поверхности развивается турбулентность до возникновения крупномасщтабных вихрей, обусловленных центробежной неустойчивостью. При этом толщина пограничного слоя растет с уменьшением скорости отсоса и при $v_O \sim (\nu_0)_{cr}$ область турбулентного окружного движения занимает почти всю ширину кольцевого зазора. Примечательно, что учет нелинейных эффектов в численном анализе дает лишь небольшую поправку к значениям $(\nu_0)_{cr}$, определенным на основе линеаризованных уравнений возмущенного ламинарного движения.

Эти результаты позволяют предположить возможность управления путем отсоса жидкости интенсивностью обменных процессов (в частности, теплообмена) вблизи поверхности вращающегося цилиндра за счет изменения интенсивности турбулентности в пограничном слое, как при наличии, так и при отсутствии макровихрей. Оценке такой вовозможности, в первую очередь, посвящена настоящая работа.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения Рейнольдса осредненного движения жидкости в настоящее время являются наиболее распространенной моделью для расчетного анализа турбулентных течений. В векторной форме их можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V})+\nabla\cdot(\rho \mathbf{VV})=-\nabla p+\nabla\cdot\mathbf{T}+\nabla\cdot\mathbf{T}', \qquad (5)$$

где $\mathbf{T}=2\mu\mathbf{S}$ – тензор вязких напряжений, определяемый тензором скоростей деформации в осредненном движении S; $T'=\{\tau_{ij}\}$ - тензор напряжений Рейнольдса, определяемый одноточечными корреляционными моментами пульсаций скорости:

$$\mathbf{T}'=\begin{bmatrix} -\rho\overline{V_1'}^2 & -\rho\overline{V_1'V_2'} & -\rho\overline{V_1'V_3'} \\ -\rho\overline{V_1'V_2'} & -\rho\overline{V_2'}^2 & -\rho\overline{V_2'V_3'} \\ -\rho\overline{V_1'V_3'} & -\rho\overline{V_2'V_3'} & -\rho\overline{V_3'}^2 \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Уравнения (5) дополняются уравнением неразрывности:

$$\nabla\cdot\mathbf{V}=0\ . \qquad (7)$$

Наиболее общим подходом для замыкания уравнений (5),(7) является формулировка и совместное решение дифференциальных уравнений переноса компонент тензора (6) или модель напряжений Рейнольдса (RSM). Учитывая симметрию этого тензора достаточно рассматривать в пространственной задаче 6 его компонент. Соответствующие уравнения переноса в обобщенной инвариантной форме можно записать так:

$$\frac{\partial\tau_{ij}'}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\mathbf{V}\tau_{ij}'\right)=D_{ij}'+D_{ij}+P_{ij}+\Phi_{ij}+E_{ij}\ . \qquad (8)$$

Выражения для слагаемых в правой части, соответствующих молекулярной диффузии и порождению за счет сдвига в осредненном течении, имеют следующее точное выражение:

$$D_{ij} = \nu\nabla\cdot\left(\nabla\tau'_{ij}\right), \qquad (9)$$

$$P_{ij} = \left(\mathbf{T}'\cdot\mathbf{e}_i\right)^{\mathrm{T}}\cdot\nabla V_j + \left(\mathbf{T}'\cdot\mathbf{e}_j\right)^{\mathrm{T}}\cdot\nabla V_i\,. \qquad (10)$$

Остальные слагаемые в правой части в точном выражении содержат дополнительные неизвестные. Поэтому для их представления обычно используют модельные выражения. Так, перенос за счет турбулентной диффузии в работе [16] предложено учитывать следующим образом:

$$D'_{ij} = \nabla\cdot\left(\frac{\mu}{\sigma_k}\nabla\tau'_{ij}\right), \quad \sigma_k = 0.82\,. \qquad (10a)$$

Для слагаемого Φ_{ij} будем использовать следующее модельное представление:

$$\Phi_{ij} = \left(C_1\rho\omega k + C_1^* P\right)B_{ij} -$$
$$- C_2\rho\omega k\left(\left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_i\right)^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_j\right) + \left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{B}\right)\delta_{ij}\right) -$$
$$-\left(C_3 - C_3^*\sqrt{B_{ij}B_{ij}}\right)\rho k S_{ij} -$$
$$- C_4\rho k\left(\left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_i\right)^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{e}_j\right) + \left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_j\right)^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{e}_i\right) -$$
$$-\frac{2}{3}\mathbf{B}\cdot\mathbf{S}\,\delta_{ij}\right) + C_5\rho k\left(\left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_i\right)^{\mathrm{T}}\cdot\left(\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{e}_j\right) +$$
$$\left(\mathbf{B}\cdot\mathbf{e}_j\right)^{\mathrm{T}}\cdot\left(\Omega\cdot\mathbf{e}_i\right)\right), \qquad (11)$$

где S, Ω – тензоры деформации и ротации поля осредненной скорости, $\mathbf{B} = \left\{B_{ij}\right\} = -\left\{\frac{\tau'_{ij}}{2\rho k} + \frac{\delta_{ij}}{3}\right\}$, $k = \frac{1}{2\rho}\mathbf{T}'\cdot\mathbf{I}$, $k = \frac{1}{2\rho}\mathbf{T}'\cdot\mathbf{I}$ – удельная кинетическая энергия турбулентности, ω – удельная скорость диссипации турбулентной энергии. Модельные постоянные определены следующим образом:

$$C_1 = 3.4, C_1^* = 1.8. C_2 = 4.2, C_3 = 0.8,$$
$$C_3^* = 1.3, C_4 = 1.25, C_5 = 0.4\,. \qquad (12)$$

Формулировка (11),(12) базируется на уравнении переноса и модельных представлениях, изложенных в работе [17]. От других подходов к моделированию слагаемого Φ_{ij} она отличается наилучшими результатами при расчетах закрученных потоков и течений вблизи криволинейных поверхностей. При этом требуется дополнительное решение уравнения переноса ω, имеющего следующий вид:

$$\frac{\partial\rho\omega}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\mathbf{V}\rho\omega\right) = \nabla\cdot\left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}\right)\nabla\omega\right) +$$
$$+ G_\omega - Y_\omega\,. \qquad (13)$$

Мы не будем здесь приводить замыкающие соотношения для уравнения (13), включая выражение для определения турбулентной вязкости μ_t с низкорейнольдсовой поправкой, а также список модельных констант. Эту информацию можно найти в работе [17], так же, как и граничные условия для ω.

Заметим, что в приведенных уравнениях мы пренебрегаем силами тяжести, а в уравнении (8) слагаемым, соответствующим генерации турбулентных напряжений за счет плавучести, обусловленной неравномерностью температурного поля.

Уравнение переноса тепла в потоке несжимаемой жидкости в пренебрежении притоком тепла за счет внутреннего трения можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho c_p T\right) + \mathbf{V}\cdot\nabla\left(\rho c_p T\right) =$$
$$= \nabla\cdot\left(\left(\lambda + \frac{c_p\mu_t}{\mathrm{Pr}_t}\right)\nabla T\right), \qquad (14)$$

где c_p – теплоемкость при постоянном давлении, λ – коэффициент теплопроводности, T – осредненная температура. Для турбулентного числа Прандтля принято значение Pr_t=0.85.

ХАРАКТЕРИСТИКА ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

В основу пространственной дискретизации уравнений (5),(10),(13),(14) положен метод конечных объемов. Для аппроксимации конвективных членов используется схема типа QUICK Леонарда [18], которая обеспечивает точность до третьего порядка в случае структурированных сеток с гранями, выравненными вдоль потока. Диффузионные слагаемые аппроксимируются центрально-разностными схемами с порядком точности не ниже второго. Для слагаемых источникового типа используется явная трактовка в пределах текущего временного шага. Дискретизация по времени выполнена на основе полностью неявной схемы второго порядка точности, что обеспечивает устойчивость вычислений независимо от величины временного шага.

Для коррекции поля давления на основе дискретных аналогов уравнений (5),(7) использует-

ся схема PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) [19], которая принадлежит семейству алгоритмов SIMPLE. За счет дополнительных внутренних итерационных циклов на одном шаге коррекции давлений и скоростей эта схема обеспечивает существенное снижение общего числа шагов, что дает особенные преимущества при решении задачи в нестационарной постановке.

Для контроля сходимости численного решения используется техника нижней релаксации. Решение больших систем линейных алгебраических уравнений в процессе итераций осуществляется по методу Гаусса-Зейделя с применением алгебраического многосеточного ускорителя (метод AMG).

Подробное описание процедуры численного решения, включающее запись всех аппроксимирующих соотношений, описание подробностей алгоритмов и верификацию решения, изложено в монографии [13].

В целях настоящего решения рассматривались две расчетные схемы. Более общая из них приведена на рис.2.

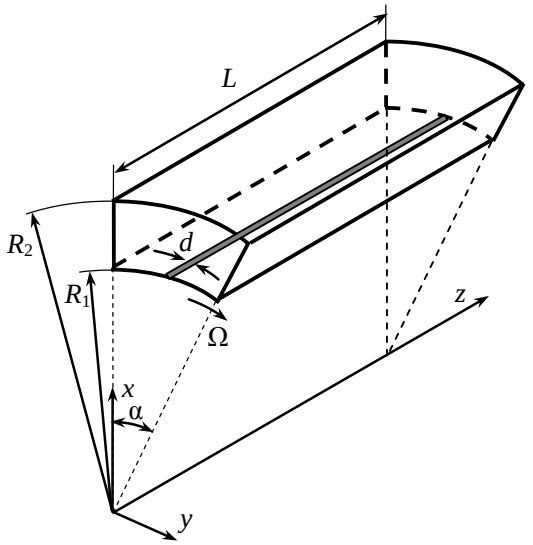

Рис.2 Схема кольцевой области течения и жидкости снаружи вращающегося цилиндра с протоком через продольные щели в его поверхности

По этой расчетной схеме приняты следующие граничные условия.

На гранях $z = 0, z = L$ используется условие периодичности в осевом направлении:

$$\phi(x, y, 0) = \phi(x, y, L) \ , \qquad (15)$$

где через ϕ обозначены все компоненты осредненной скорости, давление, температура, компоненты тензора напряжений Рейнольдса и параметр ω.

Грань $r = R_2$ считаем твердой стенкой, через которую равномерно подается жидкость с секундным объемным расходом Q. При этом имеем следующие условия:

$$V_n = -\frac{Q}{\alpha R_2 L}, V_\tau = 0, \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial n} = 0, T = T_2 \ . \qquad (16)$$

где V_n, V_τ – нормальная и касательная к границе компоненты осредненной скорости. Для Рейнодьдсовых напряжений условие (16) справедливо в случае достаточно мелкой в пристеночной области расчетной сетки, разрешающей ламинарный подслой. Граничное условие для ω содержит модельные константы, и здесь мы его не приводим, отсылая читателей, например, к работам [13],[17].

На грани $r = R_1$ примем;

$$V_n = 0, V_\tau = \Omega R_1, \frac{\partial \tau'_{ij}}{\partial n} = 0, q = q_1, \qquad (17)$$

где q, q_1 – тепловой поток и его постоянное значение на вращающейся поверхности.

Протекание (отсос) жидкости через щель моделируются следующим образом. В пределах ближайшего к щели слоя расчетных ячеек дискретные аналоги разрешающих уравнений дополняются отрицательными источниковыми членами. Сток массы величиной ρQ учитывается через уравнение неразрывности. При этом для каждой ячейки k объемом V_k с площадью A_{1k} грани, принадлежащей щели, имеем источник массы $S_k = -\frac{\rho Q A_{1k}}{L d V_k}$.

В пределах этих же ячеек следует вводить также в соответствующие уравнения источники компонент импульса и энтальпии:

$$S_{V_i k} = -\frac{\rho Q A_{1k}}{L d V_k} V_{ik}, \ S_{Tk} = -\frac{\rho Q A_{1k}}{L d V_k} c_p T_k ,$$

где V_{ik}, T_k – значения компонент скорости и температуры в центре ячейки k.

На оставшихся двух гранях, расположенных в радиальных сечениях, для всех зависимых переменных используется условие периодичности в окружном направлении, что можно представить в следующем обобщенном виде:

$$\phi(x, 0, z) = \phi(x(1 - \sin\alpha), x\cos\alpha, z) \ .$$

Заметим, что последнее условие может выполняться только при рассмотрении движения относительно системы координат, связанной с вращающимся внутренним цилиндром. Для перехода к такой системе до-

статочно во всех уравнениях переноса конвективные потоки в левых частях вычислять по относительной скорости $\mathbf{U} = \mathbf{V} - \Omega \mathbf{e}_z \times \mathbf{r}$ (где $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$), а в правых частях уравнений переноса импульса добавить слагаемые, обусловленные центробежными силами инерции.

Более простая расчетная схема, соответствующая осесимметричной постановке задачи, представлена на рис.3.

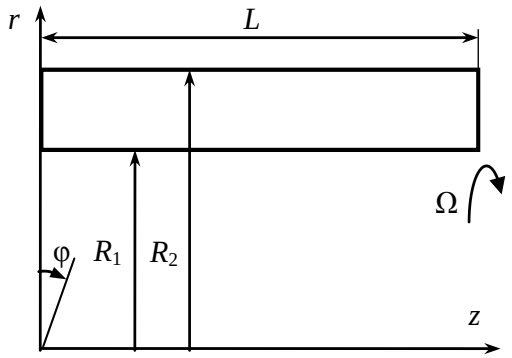

Рис.3 Схема области течениия при осесимметричной постановке задачи

При использовании этой расчетной схемы граничные условия на границах $z = 0,\ z = L$ определяется равенствами $\phi(r,0) = \phi(r,L)$, аналогичными (15). На границе $r = R_2$ имеем условия (16), где $V_n = V_r,\ V_\tau = V_\varphi$. На границе $r = R_1$ к условиям (17), соответствующим твердой стенке, добавляем учет стоков массы, импульса и энтальпии, как описано выше, применительно к щели в поверхности вращающегося цилиндра. В данном случае стоки распределяются в слое расчетных ячеек вдоль всей границы. В осесимметричной интерпретации это соответствует равномерному распределению скорости отсоса

$$V_o = \frac{Q}{2\pi R_1 L} \qquad (18)$$

вдоль всей поверхности цилиндра.

При использовании условий периодичности течения в осевом направлении мы не рассматриваем торцевые эффекты. В работе [20] по этому поводу показано, что торцевые эффекты не влияют на динамику потока в течения Куэтта-Тэйлора при отношениях длины кольцевого канала к его ширине h больших 40.

Кроме этого, использование периодических условий в осевом направлении принудительно определяет длину волны возмущений, формирующих вторичные вихревы течения, так как, учитывая встречное вращение смежных вихрей, в области течения должно разместиться четное их число. В работе [6] этот вопрос подробно обсуждается и обосновывается использование при непосредственном численном моделировании (DNS) длина расчетной кольцевой области в осевом направлении равная удвоенной ее ширине ($L = 2h$). Этот размер соответствует наиболее вероятной длине волны, что соответствует длине одного вихря, равной ширине зазора между цилиндрами. В [7] также используются периодические в осевом направлении граничные условия при DNS турбулентного течения Куэтта-Тэйлора. Автор делает вывод о слабом влиянии длины расчетной области на интегральгые характеристики потока, например, момент гидродинамического сопротивления. Он используют длину $3h \le L \le 6h$ и отмечает, что при большой длине, кроме увеличения вычислительных затрат, расчеты отражают феномен множественности возможного числа вихрей, отмечаемый в экспериментах и затрудняющий анализ. Основываясь на этих данных, для дальнейших исследований будем выбирать длину расчетной области из диапазона $2h \le L \le 3h$.

Условие осевой симметрии (по схеме на рис.3), или менее жесткое условие периодичности в окружном направлении (по схеме на рис.2) также в той или иной мере вносят принудительные ограничения на характер окружных возмущений, которые для некоторых возможных режимов имеют место. Однако, как показано в [6], окружная неравномерность вихревого движения не является определяющим фактором в силу относительно небольших амплитуд изменения характеристик потока в этом направлении. Поэтому, анализируя результаты трехмерных расчетов, удобно осреднять их в окружном направлении. С другой стороны, в работах [21,22] отмечено, и нашими расчетами подтверждается, что для режимов, заведомо характеризующихся окружной периодичностью вихревого движения, при расчетах в осесимметричной постановке отмечаются нестационарные колебания расчетных величин соответствующей амплитуды. Поэтому, можно ожидать, что временное осредненение в осесимметричной постановке дает хорошую оценку осреднения в окружном направлении результатов полностью простанственного моделирования.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В соответствии с приведенными выше результатами линейного анализа устойчивости рассматриваемого течения при наличии отсоса жидкости, граница проявления неустойчивости при $Re_\varphi > 10^4$ не зависит от ширины зазора между цилиндрами. На рис.4 приведены результаты численных расчетов в достаточно подробной постановке, описанной выше. Учет нелинейных эффектов несколько уточняет критические значения скорости отсоса, однако их слабая зависимость от ширины зазора подтверждается.

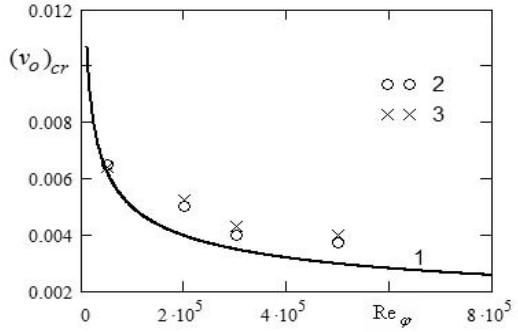

Рис.4 Граница возникновения макровихрей: 1 – зависимость 4; 2 – численный расчет ($\tilde{h} = 0.1$); 3 – численный расчет ($\tilde{h} = 0.2$)

На рис.5 приведены данные сопоставления профиля безразмерной температуры $\Theta = \dfrac{T - T_1}{T_2 - T_1}$ по ширине кольцевой области $\left(\tilde{y} = \dfrac{\tilde{r} - 1}{\tilde{h}}\right)$, полученного на основе численного решения по схеме на рис.3, с известными экспериментальными данными [9].

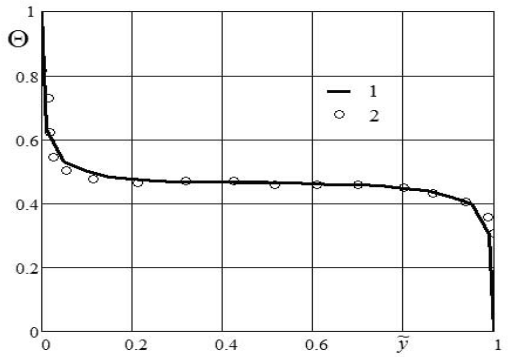

Рис.5 Профиль температуры при, $\tilde{h} = 0.4$, $Re_\varphi = 3\cdot10^6$, $\nu_0 = 0$: 1 – численное решение; 2 – экспериментальные данные [9]

Представленные результаты подтверждают адекватность используемого подхода к численному моделированию гидродинамики и теплообмена в задачах рассматриваемого типа.

Интенсивность теплообмена между поверхностью вращающегося цилиндра и потоком жидкости характеризуется числом Нуссельта

$$\mathrm{Nu} = \frac{2hq_1}{\lambda(T_1 - T_2)}.$$

Отношение этого числа, рассчитанного для случая отсоса жидкости, к аналогично определяемому значению (Nu_0), соответствующему непроницаемым поверхностям цилиндров, характеризует интенсификацию теплообмена за счет протока жидкости через поверхность вращающегося цилиндра. На рис.6 представлены соответствующие данные, полученные для размеров $R_1 = 0.1$ м, $\tilde{h} = 0.3$, для ряда значений угловой скорости Ω и физической скорости отсоса жидкости V_o. Расчеты выполнены в осесимметричной постановке по схеме на рис.3.

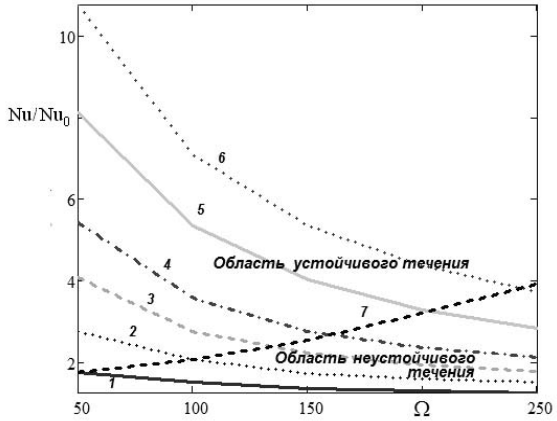

Рис.6 Зависимость интенсификации теплообмена от угловой скорости и равномерно распределенной по всей поверхности вращающегося цилиндра скорости отсоса: 1– $V_o = 0.0263$ м/с; 2– $V_0 = 0.05$ м/с; 3– $V_o = 0.075$ м/с; 4– $V_o = 0.1$ м/с; 5– $V_0 = 0.15$ м/с; 6– $V_o = 0.2$ м/с; 7– граница устойчивости

Представленные данные демонстрируют однозначную зависимость увеличения теплоотдачи от вращающегося цилиндра с увеличением скорости протока жидкости при каждом

фиксированном значении угловой скорости. При больших угловых скоростях степень этого увеличения снижается (при увеличении абсолютного значения Nu). Это можно объяснить тем, что с увеличением Ω возрастает удельный вес интенсификации теплообмена за счет турбулентности, а удельный вес теплоотвода за счет оттока нагретой жидкости из области, соответственно, снижается. Заметим, что столь большие значения Nu/Nu_0 имеют место вследствие такой особенности используемой расчетной схемы, как непрерывное распределение отсоса по всей поверхности цилиндра.

На рис.7 сравниваются расчетные данные по степени интенсификации теплообмена, полученные в осесимметричной (по схеме на рис.3) и пространственной (по схеме на рис.2) постановках для одного значения средней скорости отсоса, которая в обоих вариантах определяется выражением (18). То есть, фактически, мы сравниваем результаты при одинаковом расходе жидкости *Q*. Эти данные свидетельствуют о важности учета дискретного характера проницаемости поверхности цилиндра, размеров и расположения проходных отверстий.

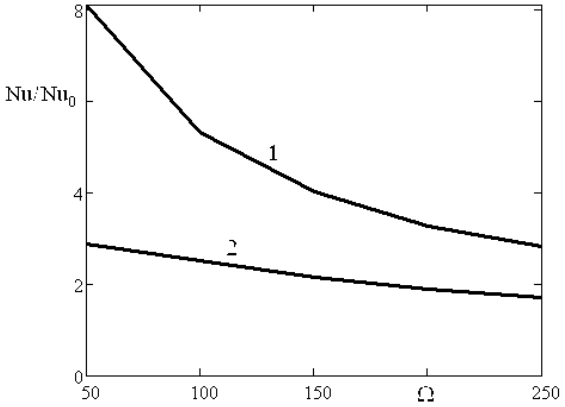

Рис.7 Расчетная зависимость интенсификации теплообмена от угловой скорости при V_0 = 0.15 м/с: 1 − осесимметричная постанов ска; 2 − пространственная постановка

ВЫВОДЫ

Выполненными исследованиями подтверждается возможность существенной интенсификации теплообмена вблизи поверхности вращающегося в ограниченном пространстве цилиндра за счет отсоса жидкости через его поверхность. Преобладающим фактором повышения теплоотдачи от цилиндра при этом является непрерывный отвод нагретой жидкости сквозь поверхность цилиндра. Удельный вес этого фактора снижается с повышением частоты вращения, сопровождающейся возникновением и ростом интенсивности турбулентности. В случае непроницаемых цилиндров турбулентность в потоке Куэтта-Тэйлора возникает после потери устойчивости первичным круговым ламинарным течением уже при наличии вторичных вихревых структур. При отсосе жидкости можно получить турбулентный пограничный слой на поверхности вращающегося цилиндра и отсутствие вторичных течений в виде крупномасштабных вихрей. При этом с уменьшением скорости отсоса толщина турбулентного пограничного слоя и максимальная интенсивность турбулентных пульсаций возрастают. Это означает, что максимально выгодной с точки зрения прироста теплоотдачи может быть не самая большая скорость отсоса жидкости, особенно в случае дискретной проницаемости поверхности цилиндра, что всегда имеет место на практике.

Последнее обстоятельство требует дальнейших исследований, как и анализ роста совокупных гидродинамических потерь при отсосе жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Taylor G.I. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders / G.I. Taylor // Phil. Trans. Roy. Soc. London. A.– 1923.– V.223.– P. 289 − 343.
2. Coles D. Transition in circular Couette flow / D. Coles // J. Fluid Mech.– 1965.– V.21.– P. 385 − 425.
3. Andereck C. D. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders / C.D. Andereck, S. Liu, H. Swinney // J. Fluid Mech.– 1986.– V.164.– P. 155 − 183.
4. Benjamin T. B. Notes on the multiplicity of flows in the Taylor experiment / T.B. Benjamin,

T. Mul-lin // J. Fluid Mech.– 1982.– V.121.– P. 219 − 230.
5. Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил / А.А. Халатов, А.А. Авраменко, И.В. Шевчук.– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996.– Т.2: Вращающиеся системы.– 289 с.
6. Bilson M., Bremhorst K. Direct numerical simulation of turbulent Taylor-Couette flow / M.Bilson, K. Bremhorst // J. Fluid Mech.− 2007.− V.579.− P. 227–270.
7. Dong S. Direct numerical simulation of turbulent Taylor-Couette flow / S. Dong // J. Fluid Mech.− 2007.− V.587.− P. 373–393.
8. Donnelly R.I. Experiments on the stability of spiral flow between rotating cylinders / R.I. Donnelly, D. Fultz // Proc. Nat. Acad. Sci. USA.– 1960.– V. 46, № 2.– P. 1150 − 1154.
9. Устименко Б.П. Процессы турбулентного переноса во вращающихся течениях / Б.П. Устименко.– Алма-Ата: Наука, 1977.– 228с
10. Wan C.C. An experimental study of diabatic spiral vortex flow / C.C. Wan, J.E.R. Coney // Int. J. Heat and Fluid Flow.– 1982.– № 3.– P. 31 − 38.
11. Youd A.J., Barenghi C.F. Hydromagnetic Taylor–Couette flow at very small aspect ratio / A.J. Youd, C.F. Barenghi // J. Fluid Mech.− 2006.− V.550.− P. 27–42.
12. Landry M.P., Frigaard I. A., Martinez D. M. Stability and instability of Taylor–Couette flows of a Bingham fluid / M. P. Landry1, I. A. Frigaard, D. M. Martinez // J. Fluid Mech.− 2006.− V.560.− P. 321–353.
13. Мочалин Е.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил / Е.В. Мочалин, А.А. Халатов.– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 2010.– Т.8: Гидродинамика закрученного потока в ротационных фильтрах.– 428 с.
14. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг.– М.: Наука, 1974.– 712 с.
15. Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил / А.А. Халатов, А.А. Авраменко, И.В. Шевчук.– Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996.– Т.1: Криволинейные потоки.– 290 с.
16. Lien F.S., Leschziner M.A. Assesment of turbulent transport models including nonlinear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure / F.S. Lien, M.A. Leschziner // Computers and Fluids.− 1994.− V.23, №8.− P. 983–1004.
17. Wilcox D.C. Turbulence modeling for CFD / D.C. Wilcox.– La Canada, California: DSW Industries, 1998.– 537 p.
18. Leonard B.P. A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation / B.P. Leonard // Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.– 1979.– V.19, № 1.– P. 59 − 98.
19. Issa R.I. Solution of implicitly discretized fluid flow equations by operator splitting / R.I. Issa // J. Comput. Phys.− 1986.− V. 62.− P. 40 − 65.
20. Cole J.A. Taylor-vortex instability and annulus-lenth effects / J.A. Cole // J. Fluid Mech.− 1976.− V.75.− P. 1–15.
21. Wild P.M., Djilali N., Vickers G.W. Experimental and computational assessment of windage losses in rotating machinery / P.M. Wild, N. Djilali, G.W. Vickers // Trans. ASME: J. Fluids Engng.− 1996.− V.118.− P. 116–122.
22. Batten W. M., Bressloff N. W., Turnock S. R. Transition from vortex to wall driven turbulence production in the Taylor-Couette system with a rotating inner cylinder / W. M. Batten, N.W Bressloff, S.R. Turnock // Intl J. Numer. Method Fluids.− 2002.− V. 38.− P. 207–226.