УДК 536. 24.01

ТЕПЛОПЕРЕНОС В ЛАМИНАРНО-ВОЛНОВОЙ ПЛЕНКЕ ЖИДКОСТИ

Актершев С.П.

Институт теплофизики им.С.С.Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

Численным методом исследуется теплоперенос в ламинарно-волновой пленке жидкости, стекающей по наклонной нагреваемой подложке. Свободная поверхность жидкости контактирует с неподвижным газом; теплообмен между жидкостью и газом описывается законом Ньютона. Для описания волнового течения пленки применена интегральная модель. Результаты расчетов демонстрируют влияние физических свойств жидкости (чисел Прандтля, Био) и параметров волнового течения (числа Рейнольдса, длины волны) на интенсификацию теплопереноса стационарно бегущими волнами.

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное изучение свободно стекающих тонких пленок жидкости связано с их широким использованием в технике. Известно, что даже при ламинарном течении наличие волн на поверхности пленки существенно интенсифицирует тепломассоперенос. Однако, проблемы гидродинамики и тепломассопереноса волновых течений пленок достаточно сложны, и остаются мало изученными как в экспериментальном, так и в теоретическом плане. Сложность экспериментальных исследований связана с необходимостью измерений меняющихся во времени профилей скорости и температуры в тонких слоях движущейся жидкости. Трудности теоретического описания таких течений обусловлены нелинейностью уравнений с граничными условиями на свободной поверхности, которую необходимо определить в процессе решения. Численное моделирование - самый подходящий метод решения этих проблем, поэтому наиболее значимые результаты по гидродинамике волновых течений пленки получены численными методами. Численному моделированию теплопереноса при волновом течении пленки посвящено сравнительно небольшое число работ. В работах [1-3] для замыкания модели использовались эмпирические соотношения, поэтому результаты расчетов имеют очень ограниченное применение. В последнее десятилетие появились работы, использующие более реалистические модели. Так, в [4-7] характеристики теплопереноса получены численным решением уравнений Навье-Стокса, уравнения неразрывности и уравнения энергии. В [4-6] использован конечно-разностный численный алгоритм, а в [7] применен метод конечных элементов. Расчеты [5, 6] проведены при Re=100 для случая фиксированных температуры поверхности жидкости и температуры подложки.

В настоящее время в литературе отсутствует систематическое исследование влияния всех параметров волнового течения пленки на теплоперенос. В данной работе для описания волн в пленке, стекающей по нагреваемой подложке, применена интегральная модель В.Я. Шкадова [8], разработанная для изотермической пленки жидкости. Основная задача исследования – выявить влияние физических свойств жидкости (чисел Прандтля, Био) и параметров волнового течения (числа Рейнольдса, длины волны) на интенсификацию теплопереноса.

УРАВНЕНИЯ ВОЛНОВОГО ТЕЧЕНИЯ ПЛЕНКИ

Рассмотрим двумерное течение ламинарной пленки жидкости по однородно обогреваемой пластине под углом θ к горизонту. Введем декартову систему координат *Oxy* так, что ось *Ox* направлена вниз вдоль пластины, а ось Oy перпендикулярна пластине. Будем

рассматривать два типа граничного условия на пластине: 1) задана температура: $T\big|_{y=0} = T_W$, 2) задан тепловой поток: $-\lambda \partial T/\partial y\big|_{y=0} = j_W$. Плотность ρ, кинематическую вязкость ν, теплопроводность λ жидкости считаем постоянными. Свободная поверхность жидкости контактирует с неподвижным газом, температура которого равна T_g. Теплообмен между жидкостью и газом описывается законом Ньютона с коэффициентом теплообмена *b*:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=h} = b\left(T_s - T_g\right)$$

Здесь T_s – температура поверхности пленки, *h* – толщина пленки. В дальнейшем будем рассматривать волны с пространственным периодом *l*, предполагая $l > h$. В принятом длинноволновом приближении нестационарное течение пленки описывается системой уравнений для толщины пленки *h* и расхода *q* (интегральная модель В.Я. Шкадова [8]). В этой модели предполагается параболический профиль скорости:

$$u = \frac{3q}{2h}\left(2\eta - \eta^2\right), \text{ где } \eta = y/h \ . \qquad (1)$$

Из (1) нетрудно найти функцию тока

$$\psi = \int_0^y u dy = \frac{3q}{2}\left(\eta^2 - \frac{\eta^3}{3}\right)$$

и профиль поперечной компоненты скорости

$$v = \frac{3\eta^2}{2}\left(\frac{2q}{h}\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial q}{\partial x} + \eta\left(\frac{1}{3}\frac{\partial q}{\partial x} - \frac{q}{h}\frac{\partial h}{\partial x}\right)\right).$$

В безразмерных переменных x/l, h/h_m, q/q_m, u/u_m, t/t_m уравнения течения пленки имеют вид:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{6q^2}{5h}\right) =$$
$$= \frac{3}{\mathrm{Re}_m}\left(h\left(\chi \sin\theta - \cos\theta \frac{\partial h}{\partial x}\right) - \frac{\chi q}{h^2}\right) + \frac{We}{\chi^2} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3}, \qquad (2)$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0.$$

Здесь в качестве масштаба по оси *Oy* используется невозмущенная толщина пленки h_m, масштабом по оси *Ox* служит длина волны *l*, $\chi = l/h_m$ – отношение масштабов по осям *Oy* и *Ox*, $q_m = h_m u_m$ – масштаб расхода, $u_m = gh_m^2/3\nu$ – масштаб скорости, $t_m = h_m/u_m$ – масштаб времени, $We = \left(3Fi/\mathrm{Re}_m^5\right)^{1/3}$ число Вебера, $Fi = \sigma^3/\rho^3 g \nu^4$ пленочное число. Критерий $\mathrm{Re}_m = gh_m^3/3\nu^2$ характеризует толщину невозмущенной пленки и связан с числом Рейнольдса пленки *Re* соотношением $\mathrm{Re} = \mathrm{Re}_m \sin\theta$.

Система (2) имеет тривиальное решение $h = 1$, $q = q_0 \equiv \sin\theta$, которое описывает невозмущенное (безволновое) течение пленки. Волновые режимы течения пленки получены численным решением уравнений (2). Для этого на участке счета $0 < x < 1$ задавались начальные распределения $h(x,0)$, $q(x,0)$ в виде возмущения малой амплитуды, наложенного на невозмущенное течение:

$$h(x,0) = 1 + \tilde{h}, \ q(x,0) = q_0 + \tilde{q}.$$

Здесь $\tilde{q} = A\left(c\cos(2\pi x) - \frac{\beta}{2\pi}\sin(2\pi x)\right)$,

$\tilde{h}(x,t) = A\cos(2\pi x)$, *A* – амплитуда возмущения, *β* и *c* – инкремент и фазовая скорость волны, рассчитанные из дисперсионных соотношений для линеаризованных уравнений. На границах участка счета ставилось условие периодичности: $h(0,t) = h(1,t)$, $q(0,t) = q(1,t)$.

В том случае, когда волновое число лежит в области неустойчивости, начальное возмущение в процессе счета нарастало и эволюционировало в стационарно бегущую волну. Из условия периодичности и второго уравнения (2) следует, что средняя толщина пленки не меняется в процессе счета. Средний расход изменяется с течением времени, причем установившийся расход отличается от первоначально заданного значения q_0. Результаты расчетов представлены с использованием установившегося значения расхода.

Уравнение энергии решалось в системе отсчета, связанной со стационарно бегущей волной с использованием рассчитанного поле скорости жидкости. Для безразмерной температуры $(T - T_g)/T_m$ масштабом служит $T_m = T_W - T_g$ (задана температура пластины) либо $T_m = j_W\left(3\nu^2/g\right)^{1/3}/\lambda$ (задан тепловой поток). В уравнении энергии удобнее перейти к переменным (t, ξ, η), где $\xi = x - Ct$ (C – фазовая скорость волны). При таком переходе уравнение энергии и граничные условия имеют вид [9]

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (u - C)\frac{\partial T}{\partial \xi} + \frac{W}{h}\frac{\partial T}{\partial \eta} = \frac{\chi}{\mathrm{Pr}\,\mathrm{Re}_m h^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \eta^2}, \qquad (3)$$

на поверхности пленки:

$$\partial T/\partial \eta\big|_{\eta=1} = -Bi\,\mathrm{Re}_m^{1/3} hT,$$

на стенке:

$T\big|_{\eta=0}=1$ (задана температура),

$\partial T/\partial\eta\big|_{\eta=0}=-\mathrm{Re}_m^{1/3}h$ (задан тепловой поток).

Здесь $W=dq/d\xi\cdot\left(\eta-3\eta^2/2+\eta^3/2\right)$, $Bi=(b/\lambda)\left(3\nu^2/g\right)^{1/3}$ – число Био. На границах $\xi=0$, $\xi=1$ ставилось условие периодичности $T(t,0,\eta)=T(t,1,\eta)$. Уравнения (2), (3) решались конечноразностным методом по неявной схеме с итерациями. Численный алгоритм решения подробно описан в [9].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Ниже приведены результаты расчетов для вертикальной пленки воды ($\mathrm{Pr}=7$, $Fi^{1/3}=3273$).

2.1 Фиксирована температура пластины

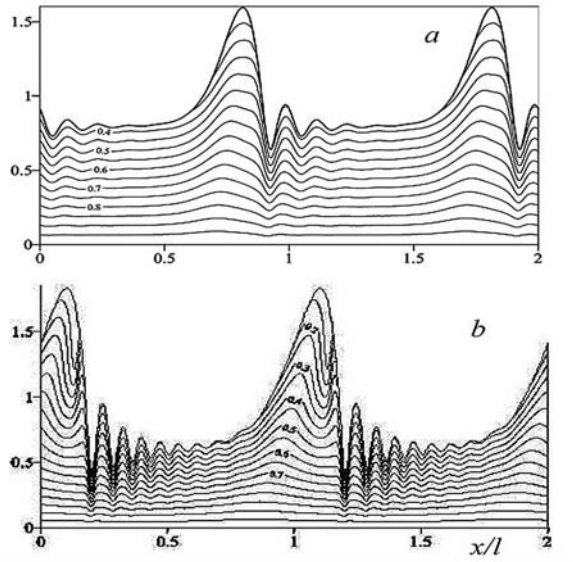

Рис.1 Изотермы; Re = 10 (a), Re = 33 (b)

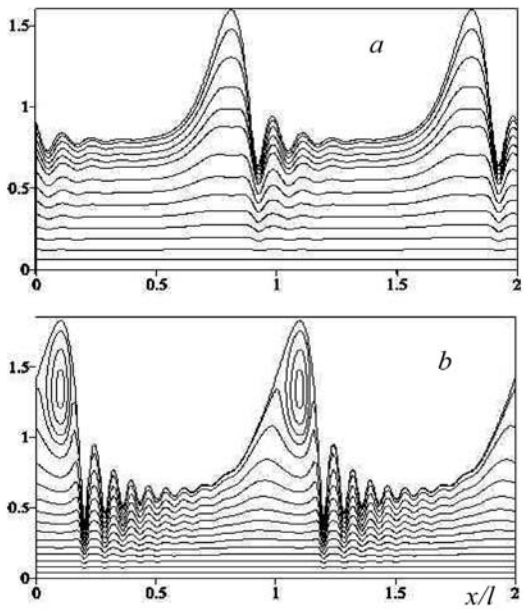

Рис.2 Линии тока; Re = 10 (a), Re = 33 (b)

На рис.1 показаны распределения температуры в пленке при l = 25 мм, Bi = 1 для Re = 10 (а) и Re = 33 (б). На рис.2 для указанных параметров приведены линии тока в системе отсчета, связанной с волной. Из сравнения рисунков а и б видно, что с увеличением числа Рейнольдса изменяется не только профиль волны, но также форма изотерм и линий тока. Профиль волны представляет собой холм, перед которым расположена зона капиллярной ряби с осцилляциями существенно меньшей амплитуды. Для Re = 10 форма изотерм и линий тока качественно подобна профилю волны. На изотермах и линиях тока имеются основной максимум в зоне холма и осцилляции в зоне капиллярной ряби. Для Re = 33 ситуация качественно иная - появляется зона циркуляции (см. рис.2, б). Это качественное изменение поля скорости отражается и на поле температуры. Изотермы имеют уже два максимума на переднем и на заднем склонах холма (рис.1, б). Рисунки 1, 2 качественно согласуются с результатами расчетов [2, 3], хотя там поверхность пленки полагалась изотермической.

В невозмущенной пленке теплоперенос осуществляется только теплопроводностью, при этом тепловой поток равен $j_0=\lambda\left(T_W-T_{s,0}\right)/h_m$. При волновом течении в теплопереносе участвует также конвективный механизм. В этом случае тепловой поток $j=-\lambda\partial T/\partial y\big|_{y=0}$ распределен на пластине уже неоднородно.

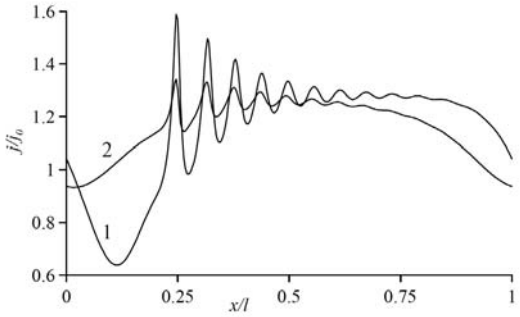

Рис.3 Распределение теплового потока на пластине для Pr = 1 (1); 10 (2);

На рис.3 показаны распределения $j(x)/j_0$ при l = 35 мм, Re = 18, Bi = 1 для Pr = 1 и Pr = 10 (кривые 1, 2). Кривые имеют «провал», соответствующий холму на профиле волны, осцилляции в зоне капиллярной ряби и «плато» во впадине между холмами. Неоднородность температуры возникает на поверхности жидкости и «прорастает» вглубь пленки. С ростом Pr уменьшается глубина прорастания термического слоя, и распределение теплового потока на пластине становится более однородным. Глубина «провала» и амплитуда осцилляций для кривой 2 существенно меньше, чем для кривой 1.

Интенсификация теплопереноса за счет волн характеризуется величиной $K_T = \langle j \rangle / j_0$, где

$$\langle j \rangle = \left(\int_0^l j(x) \cdot dx \right) / l$$

– средний тепловой поток на пластине. Расчеты показывают, что с ростом числа Прандтля в диапазоне 1÷10 происходит незначительное увеличение значений K_T вследствие уменьшения «провала» на кривой j/j_0. В диапазоне 10÷100 конвективный перенос становится преобладающим и величина слабо зависит от Pr. При увеличении Bi значения K_T существенно растут.

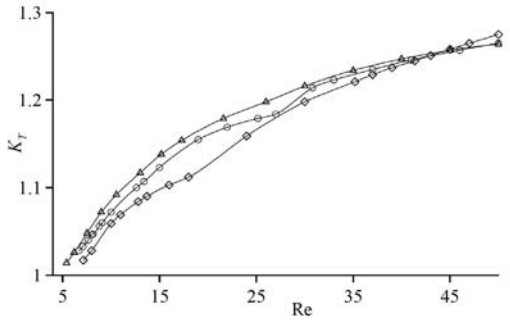

Рис.4 Влияние длины волны на интенсификацию теплопереноса; Δ – l=50мм; ○ – l = 25 мм; ◊ – l = 15 мм

Влияние длины волны на интенсификацию теплопереноса показано на рис.4 монотонно растущими кривыми $K_T(\mathrm{Re})$ для волн длиной 15 мм, 25 мм и 50 мм при Bi = 1, Pr = 7. Для всех трех кривых интенсификация теплопереноса становится заметной только при Re > 5. Наибольшие значения K_T дают длинные волны. С ростом Re различия значений K_T на кривых уменьшается. При Re = 50 тепловой поток на пластине за счет волн увеличивается на 26-27%. Уменьшение наклона кривых с ростом Re обусловлено изменением профиля волны. Сначала с увеличением Re рост высоты холма сопровождается существенным утонением пленки во впадинах и, соответственно, ростом значений K_T. При дальнейшем увеличении Re толщина пленки во впадинах меняются слабо (возрастает только амплитуда капиллярной ряби), и рост кривой $K_T(\mathrm{Re})$ замедляется. Следует отметить, что для l = 25 мм и l = 15 мм на кривых имеются участки с немонотонным изменением наклона. Это объясняется тем, что на этих участках происходит формирование зоны циркуляции.

2.2 Фиксирован тепловой поток на пластине

Данное тепловое условие моделирует охлаждение стекающей пленкой жидкости элементов микроэлектронного оборудования. Для безволнового течения пленки температура пластины больше температуры газа на величину $\Delta T_0 = j_W(h_m/\lambda + 1/b)$. При наличии волн в пленке температура пластины становится неоднородной. Вследствие интенсификации теплопереноса волнами температура во всех точках пластины уменьшается. Эффективность охлаждения за счет волн характеризуется величиной $K_J = \langle \Delta T \rangle / \Delta T_0$, где $\langle \Delta T \rangle = \left(\int_0^l T\big|_{y=0}(x) \cdot dx \right) / l$ – средняя температура пластины.

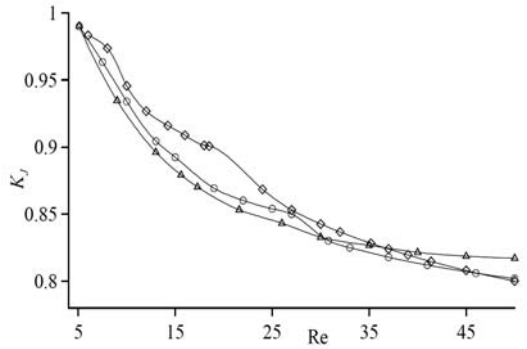

Рис.5 Влияние длины волны на эффективность охлаждения пластины; Δ – l = 50 мм; ○ – l = 25 мм; ◊ – l = 15 мм

Влияние длины волны на эффективность охлаждения показано на рис.5 кривыми $K_J(\mathrm{Re})$ для волн длиной 15 мм, 25 мм и 50 мм. Для всех трех кривых с ростом Re средняя температура пластины монотонно уменьшается. Так же, как в случае фиксированной температуры, влияние волн становится заметным только при Re > 5. Длинные волны дают более эффективное охлаждение, но различия значений K_T на кривых с ростом Re уменьшается. При Re = 50 средняя температура пластины за счет волн снижается на 17-20%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В исследованном диапазоне параметров проведенные расчеты позволяют сделать следующие выводы:

- Применение интегральной модели к проблеме теплопереноса в стекающей пленке жидкости согласуется с результатами [2-4], полученными численным решением уравнений Навье-Стокса. В частности, интегральная модель описывает формирование зоны циркуляции, а также влияние числа Прандтля на распределение теплового потока на пластине.
- При Re < 10 основной вклад в теплоперенос дает теплопроводность. Интенсификация теплопереноса, в основном, обусловлена утонением пленки во впадинах волн. С увеличением Re появляется зона циркуляции, и роль конвекции резко возрастает. Значения Re, при которых конвекции вносит существенный вклад в теплоперенос, зависят от длины волны и числа Прандтля
- Интенсивность теплопереноса для длинных волн больше, чем для коротких. С ростом Re влияние длины волны становится менее существенным.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

b коэффициент теплообмена с газом, Вт/(м^2 К);
g ускорение свободного падения, м/с^2;
l длина волны, м;
j плотность теплового потока, Вт/м^2;
T температура жидкости, К;
Tg температура газа, К;
u, v компоненты скорости жидкости, м/с;
λ теплопроводность жидкости, Вт/(К·м);
ρ плотность жидкости, кг/м^3 ;
ν кинематическая вязкость жидкости, м^2/с;
θ угол наклона к горизонту.

Индексы:
W на стенке,
s на поверхности пленки,
0 в невозмущенном состоянии,
m масштабы.

ЛИТЕРАТУРА

1. R.I. Hirshburg, L.W. Florschuetz. Laminar Wavy-Film Flow: Part II, Condensation and Evaporation // Trans. ASME, J. Heat Transfer. – 1982. – Vol. 104. – P. 459 – 464.
2. Jayanti S., Hewitt G.F. Hydrodynamics and heat transfer of wavy thin film flow // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1997. – Vol. 40. – P. 179 – 190.
3. R.M. Roberts, H.-C. Chang, Wave-enhanced interfacial transfer // Chem. Engn. Sci. – 2000. – Vol. 55. – P. 1127 – 1141.
4. E. Stuhltrager, A. Miyara, H. Uehara, Flow dynamics and heat transfer of a condensate film on a vertical wall—II. Flow dynamics and heat transfer // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1995. – Vol. 38. – P. 2715 – 2722.
5. A. Miyara. Numerical analysis on flow dynamics and heat transfer of falling liquid films with interfacial waves // Int. J. Heat Mass Transfer. – 1999. – Vol. 35. – P. 298 – 306.
6. A. Miyara. Numerical Aanalysis on Heat Transfer Enhancement by Waves on Falling Liquid Film // J. of Thermal Science. – 2000. – Vol .9. – N 3. – P. 236– 242.
7. K. Serifi, N. A. Malamataris, V. Bontozoglou. Transient flow and heat transfer phenomena in inclined wavy film // Int. J. Thermal Sciences. – 2004. – Vol. 43. – P. 761– 767
8. Шкадов В.Я. К теории волновых течений тонкого слоя вязкой жидкости // Изв. АН СССР, сер. МЖГ. – 1968. – № 2. – С. 20-25
9. Актершев С.П. Теплоперенос в ламинарно-волновых стекающих пленках жидкости // Теплоф. Аэромех. – 2010. –Т. 17. – № 3. – С. 385 – 396.