УДК 533.95

РЕЗОНАНСНОЕ СВЕРХ-ИОННО-ЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЕЛ ПЛАЗМОЙ

Серов Ю.Л.

Физико-Технический Институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия

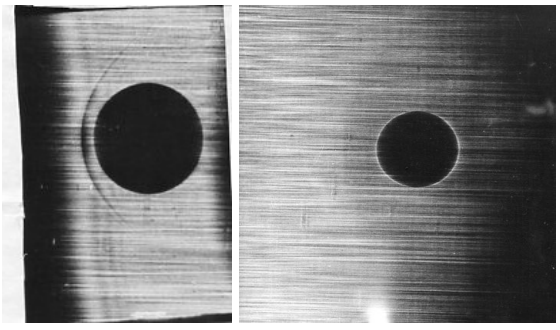
Работа поддержана Программой Президиума РАН (П-09) «Исследование вещества в экстремальных условиях». Проект: “Нелинейное резонансное взаимодействие при распространении ударных волн в ионизованных и детонирующих средах”.

АННОТАЦИЯ

Приводятся результаты исследований обтекания сверхзвуковой сферы газоразрядной плазмой. Показана динамика формирования излучательного предвестника, а также головной ударной волны в плазме. Обнаружен новый тип обтекания тела плотной ионизованной средой. Экспериментально продемонстрировано ионно-зкуковое обтекание. Показано, что начальное формирование головной ударной волны в воздушной плазме определяется амплитудой ионно-звукового солитонного сгустка, связанного с ионами окиси азота и метастабильным термом молекулы окиси азота.

ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты показывают, что обтекание высокоскоростного тела плазмой не описывается уравнениями динамики нейтральных газов. Вследствие этого общепринятое малоскоростное моделирование движения высокоскоростных тел в плазме по числам Маха не может соответствовать условиям реального полёта. Эксперименты проводились на баллистической установке ФТИ РАН при скоростях метания 700 - 2400 м/с и давлениях $10^0 \div 10^2$ мм. рт. ст. [1-2] Авторами впервые были зарегистрированы нетермические плазменные эффекты при обтекании высокоскоростного сверхзвукового тела газоразрядной плазмой [3]. В плазме было обнаружено значительное нерасчётное увеличение отхода головной ударной волны от тела и её ослабление. Оказалось, что обтекание в плазме значительно отличается от обтекания нагретым воздухом (рис.1). Происходит также снижение тепловых потоков на поверхность тела в плазме. В работах [2, 4 - 6] экспериментально и теоретически показано, что наблюдаемые аномалии связаны с нелинейными свойствами плазмы и образованием в плотной столкновительной плазме в области ударной волны ионно-звукового солитонного сгустка. Этот сгусток, взаимодействующий со средой в набегающем потоке, существует в диапазоне ионных чисел Маха $1 < M_i \leq 1{,}63$ ($M_i = C/V_{is}$, где C - скорость ударной волны, $V_{is} = (T_e/M_i)^{0,5}$ - скорость ионного звука).



а б

Рис.1 Обтекание сферы (V=2км/сек) в нагретом воздухе (а) и воздушной плазме (б); а) воздух, температура атомов T_g = 1200 K, нормальное обтекание, б) плазма, Tg = 1350 K, аномальное обтекание.

© Серов Ю.Л.

ИОННО-ЗВУКОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В ОБЛАСТИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Теоретическая модель наблюдаемых в плотной столкновительной плазме аномалий рассмотрена в работах [4 - 6]. Решение уравнений динамики трёхкомпонентной плазмы с учётом нелинейности и дисперсии показало, что в области ударной волны в плазме действительно образуются солитонные сгустки и реализуется ионно-звуковой эффект “лошади Хьюстона“. Таким образом слабоионизованная плазма в потоках с ударными волнами обладает сильными нелинейными свойствами. Предложенная модель согласуется с результатами высокоскоростных баллистических экспериментов, а также других экспериментов, связанных с неустойчивостью ударных волн в плазме [7] и детонацией [8,9]. Оказывается, что наличие даже сильной диссипации при высоком давлении не уничтожает резкого резонансного эффекта и образование солитонного сгустка. Аналитические оценки и результаты численных расчетов [5] показали, что в предвестнике ударной волны формируется специфическая ионно - звуковая ударная волна. Анализ подтвердил, что в плотной столкновительной плазме в области ударной волны в резонансных диапазонах скоростей при $1< M_i \le \sqrt{3}$ существовует солитонный сгусток, как это было обнаружено в баллистическом эксперименте [10]. Ионно-звуковой солитонный сгусток, возникающий при $M_i > 1$, приводит к развитию неустойчивости ударной волны. По мере увеличения ионного числа Маха при росте амплитуды сгустка происходит увеличение в нём коэффициента ионизации. Анализ [5] показал, что при критическом значении ионного числа Маха $M \approx \sqrt{3}$ возникает взрывная неустойчивость. Эксперименты показывают, что более точное критическое ионное число Маха соответствует величине, полученной Сагдеевым $M_i \approx 1{,}63$. Конечное приращение скорости ударной волны нейтральной компоненты приводит к бесконечному увеличению амплитуды солитонного сгустка и концентрации ионов. Вблизи критического значения ионного числа Маха коэффициент ионизации приближается к значению $\alpha \approx 1$. В этой области в высокоионизованном сгустке происходит наиболее сильное взаимодействие заряженной и нейтральной компонент плазмы. Это состояние максимальной неустойчивости, за которым следует коллапс солитона и, как показывают эксперименты многих исследователей, разрушение всей ударно-волновой структуры. В экспериментах по исследованию ионизационной неустойчивости динамика распространения сильной ударной волны реализуется в точном соответствии с упомянутой выше математической моделью. Этот вопрос рассмотрен в работе [7]. В этом случае перед обычной ударной волной возникает ионно-звуковой предвестник в виде солитонного сгустка и образуется вторая - ионно-звуковая ударная волна нейтральной компоненты (рис.2).

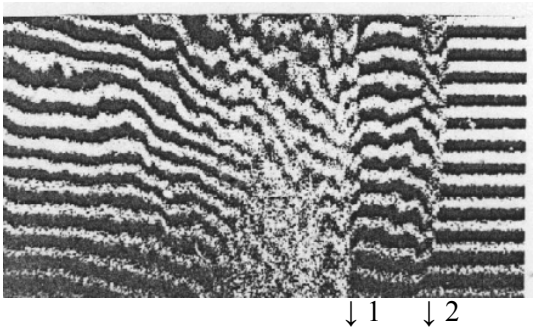
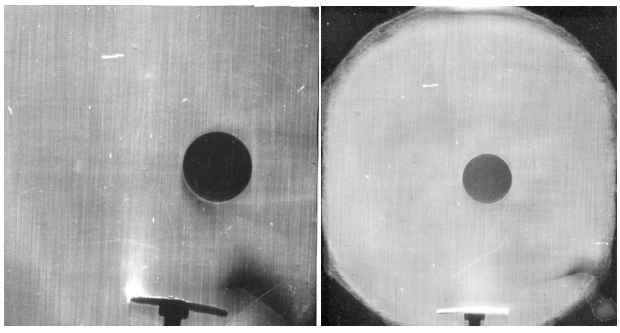


Рис.2 Ионно-звуковой предвестник; интерферограмма ударной волны в ксеноне [Ф.В. Шугаев]; $M = 25$, $M_i = 1{,}5$; 1 – фронт газодинамической ударной волны, 2 - фронт ионно-звуковой ударной волны в предвестнике.

ОБТЕКАНИЕ ТЕЛА ПЛАЗМОЙ

При обтекании тела плазмой возникает более сложная слабо проработанная теоретически ситуация. Здесь на границе тела с плазмой существует скачок потенциала, возникает ионно-звуковая турбулентность, также может реализоваться режим транс-ионно-звукового обтекания. Вблизи тела возникает сложная картина: имеются области, где локальное ионное число Маха M_i может быть как меньше единицы, так и больше единицы. В областях $M_i > 1$ формируется ионно-звуковой солитонный сгусток и ионно-звуковая ударная волна. Если амплитуда сгустка велика, то и в нейтральной компоненте плазмы формируется скачок плотности - специфическая ударная волна. Рассмотрим образование такой волны в баллистическом эксперименте. Эксперименты на баллистической трассе показывают, что в диапазоне 700 ÷ 1100 м/сек

наблюдается безударное обтекание сферического тела при скорости звука в области разряда $V_s \approx 600 \div 680$ м/сек. Небольшой скачок плотности вблизи поверхности начинает угадываться лишь при скоростях тела $C \geq 1100$ м/сек. При скорости 1200 м/сек регистрируется сформировавшийся скачок плотности. На рис.3 приведена теневая фотография обтекания сферы плазмой при скорости V = 850 м/сек. Ударная волна наблюдается только в области вне разряда. В области разряда произошла полная диссипация головной ударной волны, и она не визуализируется даже на границе плазмы в разряде. Таким образом в исследованных условиях в области $M > 1$ в значительном диапазоне скоростей в плазме ударная волна не возникает. Это означает, что скорость распространения возмущений вблизи тела в исследованном диапазоне скоростей значительно превышает тепловую и имеет ионно-звуковую природу. Известно, что в принципе возмущения в плазме около ударной волны могут распространяться с высокой скоростью, определяемой скоростью ионно-звуковых волн [5]. Однако, в данном случае ударная волна отсутствует и это означает, что существует также другой источник ионного звука. Источником разного рода ионно-звуковых эффектов вблизи тела могут служить ударная волна, приповерхностный скачок потенциала, развивающаяся в приповерхностном слое ионно-звуковая турбулентность, пылевые частицы и кластеры. В частности это происходит даже при $M < 1$. В пограничном слое обтекаемого тела создается перемещающийся поверхностный слой слабоионизированной плазмы. За счёт внешнего поля возникает сверхзвуковой дрейф электронов относительно ионов, возникает дрейфово-диссипативная неустойчивость и возникает сильная ионно- звуковая турбулентность. Внутри этих массивных сгустков нарушается условие слабой ионизации. В результате плазма оказывает сильное влияние на нейтральную компоненту [11]. Теоретически эта проблема в настоящее время не разработана и мало исследована. Рассмотрим динамику образования головной ударной волны в плазме. В наших экспериментах обтекание с аномально увеличенным отходом головной ударной волны в воздушной плазме ($T_e = 1 \div 1{,}3$ эв) реализуется в диапазоне скоростей $1100 \div 2400$ м/сек. Причём головной ударной волной наблюдаемый объект можно назвать лишь условно. На самом деле это сильно размытый головной скачок плотности, сформированный солитонным сгустком. Рассмотрим протяжённость области, в которой локализован сгусток. На рис.4 приведены результаты измерений протяжённости Δ_R излучающей области в плазме перед сверхзвуковым телом. В этой области на фоне излучения плазмы сильно возрастает интенсивность излучения, связанная с формированием солитонного сгустка (кривая 1). На этом же графике приводятся результаты измерений отхода головной ударной волны от тела в плазме Δ_P (кривая 2). Отход измерялся теневым прибором ИАБ-451. Судя по графику, до скорости около 600 м/сек длина излучающей области совпадает с величиной отхода головной ударной волны от тела в нагретом воздухе и связана со сжатием плазмы за фронтом. При дальнейшем увеличении скорости увеличивается интенсивность излучения в области предвестника - появляется ионно-звуковой солитонный сгусток. Протяжённость зоны, в которой существует избыточное излучение, увеличивается. Таким образом эксперименты показывают, что сгусток в появляется при скорости более 600 м/сек. Скорость 680 м/сек соответствует минимальной скорости выстреливания модели на данной установке. Однако ударная волна отсутствует, хотя скорость тела больше звуковой. Некоторое подобие ударной волны появляется только при скорости тела $C > 1100$ м/сек. Особый интерес представляет точка пересечения двух кривых. В этой точке при возрастании амплитуды солитонного сгустка появляется ионно-звуковая ударная волна, которую фиксирует кривая 2.



a b

Рис.3 Обтекание сферического тела в тлеющем разряде: a) V= 700 м/с, M = 1,2. P = 43 мм. рт. ст., b) V= 1480 м/с.

Это означает, что здесь число ионного Маха приблизилось к максимальному значению $M_i \approx 1{,}6$, что позволяет идентифицировать механизм образования первого ионно-звукового сгустка (см. таблицу 1).

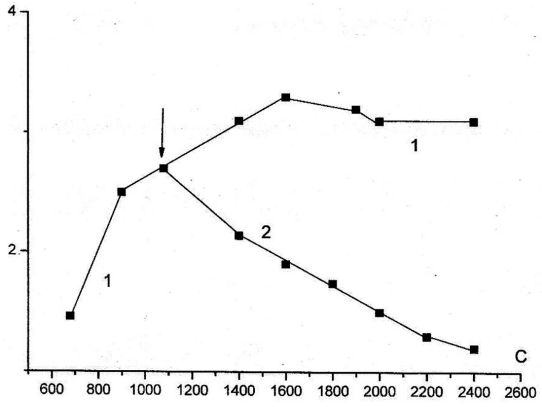


Рис.4 Зависимость относительного отхода головной ударной волны от скорости тела: 1-Δ_R/Δ_T, измерения интенсивности излучения; 2 -Δ_P/Δ_T, теплеровский прибор, Δ_T - термический отход.

Таблица 1.

Ион	E эв	Диапазон существования сгустка (м/сек)
NO^+	0,136	660 ÷ 1080
N_2^+, CO^+	0,136	675 ÷ 1100
$N_2O_3^+$	0,98	1100 ÷ 1770
NO_2^+	0,98	1,430 ÷ 2,300
NO^+	0,98	1760 ÷ 2900
NO^+	1,3	2020 ÷ 3300
NO^+	1,64	2280 ÷ 3700

При скоростях C > 1100 м/сек радиационная зона значительно превосходит величину отхода в плазме и это расхождение увеличивается при увеличении скорости. Данный эффект вероятно связан с усилением ионизации вблизи тела. Возможно, что это также связано с амплитудой и структурой образующихся солитонных пакетов, поскольку весь исследованный диапазон скоростей представляет собой суперпозицию различных диапазонов нелинейного взаимодействия. В этих диапазонах выполняется условие $1 < M_i \leq 1{,}6$ для ионно-звуковых солитонных сгустков, образованных ионами газов, содержащихся в воздушной плазме и различными группами электронов плазмы. Эти группы электронов с различной энергией могут образовываться за счёт ударов второго рода электронов с атомами, возбуждёнными на метастабильный энергетический уровень. Для нас основной интерес представляют группы электронов с минимальной энергией и тяжёлые ионы, которые образовывают малоскоростные диапазоны в области исследованных скоростей C < 2400 м/сек. Рассмотрим структуру нелинейного взаимодействия вблизи тела. Наиболее многочисленные группы электронов с минимальной энергией образуются при ударах второго рода электронов с молекулами кислорода, возбуждёнными на метастабильные уровни с энергией 0,98 eV и 1,64 eV. Ещё одна группа электронов с малой энергией образуется при ассоциативной ионизации в реакции с участием окиси азота, которая в значительной концентрации содержится в разрядной плазме:

$NO^*(4{,}7\ эв)+NO^*(4{,}7\ эв) = NO^+ + e(0{,}136\ эв)$

С участием этой электронной группы и ионов NO^+ формируется солитонный сгусток в области скоростей 660 ÷ 1080 м/сек (таблица 1). Возрастание интенсивности излучения на начальном участке кривой 1 (рис.1) связано с образованием именно этого сгустка. Существуют и другие группы электронов, образующиеся за счёт различных плазменных реакций. Молекулы окиси азота среди двухатомных молекул имеют наиболее низкий потенциал ионизации и преобладают в разрядной воздушной плазме. Молекулы в воздушной плазме вообще имеют более низкий потенциал ионизации по сравнению с атомами. Поэтому в данном случае можно пренебречь ролью атомных ионов в формировании ионно-звуковой ударной волны. Амплитуда солитонного сгустка при увеличении скорости увеличивается и интенсивность излучения также растёт. При приближении к скорости 1080 м/сек амплитуда солитонного сгустка [e(0,136 эв), (NO^+)] достигает максимального значения и в этой области начинает появляться ионно-звуковая ударная волна нейтральной компоненты. Таким образом сгусток [e(0,136 эв), (NO^+)] первым начинает формировать головной скачок плотности вблизи тела в плазме. При достижении скорости 1080 м/сек этот сгусток коллапсирует, однако в исследованной области скоростей последовательно реализуются большое количество солитонных сгустков, связанных с различными ионами и группами электронов, существующими в разряде в воздухе (см. таблицу 1). Кроме упомянутых выше групп электронов в формировании солитонных сгустков в воздушной плазме например могут участвовать электроны, обра-

зующиеся в плазменных реакциях с участием резонансных термов кислорода:

$O^*(9{,}15\ эв) + O^*(9{,}15\ эв) \rightarrow O^+ + e\ (5{,}8\ эв)$
$O^*(9{,}15\ эв) + e(5{,}8\ эв) \rightarrow O^+ + e\ (1{,}35\ эв) + e\ (\approx 0\ эв)$
$O^*(9{,}15\ эв) + O^*(9{,}15\ эв) \rightarrow O^+ + O + e\ (4{,}69\ эв)$
$O^*(9{,}15\ eV) + e(4{,}69\ eV) \rightarrow O^+ + e\ (0{,}24\ eV) + e\ (\approx 0\ eV)$

В многокомпонентной воздушной плазме сложно определить конкретные сгустки, определяющие весь диапазон аномального обтекания. Из данных, представленных в таблице 1 видно, что эти сгустки перекрывают весь исследованный диапазон скоростей. Из графика, приведённого на рис.4, следует, что при скоростях более 1400 м/сек протяжённость светящейся области в относительных единицах, которую можно отождествить с протяжённостью солитонного пакета, практически не меняется. Однако абсолютная длина этой области сокращается в соответствии с уменьшением термическогоотхода. Влияние слабоионизованной плазмы с коэффициентом ионизации $\delta_0 = 10^{-5} \div 10^{-6}$ на среду, обтекающую тело при давлении в десятки тор с точки зрения аэродинамики представляется невероятным. Однако именно образование ионно – звукового солитонного сгустка является причиной такого влияния. Резкое возрастание амплитуды сгустка при $M_i \rightarrow 1{,}6$ приводит к увеличению концентрации и скорости ионов. В результате взаимодействия ионов с нейтральными частицами возникает “ветер” - встречный поток частиц, скорость которого превышает скорость тела. Этот встречный поток изменяет обтекание и уменьшает аэродинамическое сопротивление движущегося в плазме тела. Математическая модель, описывающая образование ионно – звукового ветра рассмотрена в [4]. Этот ветер зависит от взаимной скорости тела и ионов $(C\text{-}V_i)$ и слабо зависит от скорости тела. Этот ветер в сторону набегающего потока уменьшает давление около тела и аэродинамическое сопротивление в плазме. На рис.5 показано относительное изменение отхода в воздушной плазме в зависимости от скорости.

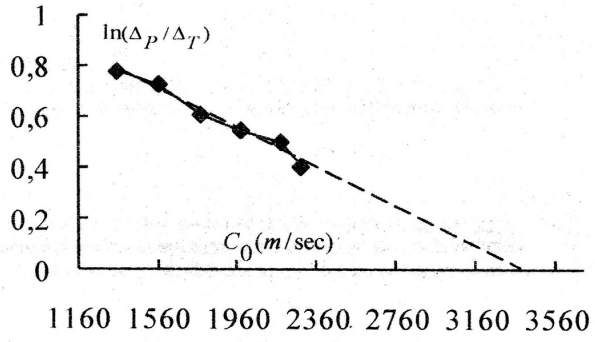


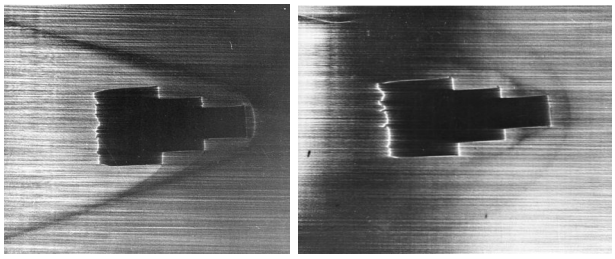
Рис.5 Изменение относительного отхода головной ударной волны $\ln(\Delta_P/\Delta_T)$ от скорости тела в плазме, Δ_P - отход в плазме, Δ_T - отход в воздухе.

Экстраполяция зависимости на область больших скоростей, недостижимых на данной баллистической установке, даёт предельное значение скорости, при которой эффект аномального обтекания исчезает, и восстанавливается обтекание, соответствующее температуре газа. Эта скорость $C_0 \approx 3350 \pm 300$ м/с соответствует коллапсу солитонного сгустка, образованного за счёт ионов NO^+ и группы электронов с энергией $T_e \approx 1{,}3$ эв или, возможно, $T_e \approx 1{,}64$ эв . (Таблица 1). Температура основной группы электронов в разряде, измеренная методом зондов, составляет Te ≈ 1 ÷ 1,3 эв. Группа электронов с энергией 1,64 эв образуется при ударах второго рода электронов с молекулами кислорода, возбуждёнными на второй метастабильный уровень с энергией 1,64 эв. Это согласуется с тем обстоятельством, что ионы NO^+ являются основным видом ионов в разряде.

ДВА ВИДА ОБТЕКАНИЯ ТЕЛА ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим резонансное ионно-звуковое обтекание ступенчатого тела при высокоскоростном движении в плазме воздуха. Взаимодействие заряженной и нейтральной компонент плазмы в области солитонного сгустка приводит к возникновению специфической “ионно-звуковой ударной волны нейтральной компоненты“. В результате ионно-звукового взаимодействия при движении в плазме возникает “ионно-звуковой эффект лошади Хьюстона“ [5]. Эффект возникновения ионно-звуковой ударной волны нейтральной компоненты хорошо наблюдается при ионизационной неустойчивости ударных волн [7]. Характерные свойства ионно-звуковой ударной волны проявляются также в баллистическом эксперименте. Особенно наглядно это видно при обтекании тел сложной формы. На рис.6 показаны теневые фотографии обтекания ступенчатого тела воздухом (а) и плазмой тлеющего разряда (б). Эксперименты показывают

принципиальные отличия в обтекании тела воздухом и плазмой. В плазме наблюдается ослабление ударных волн, а также изменение угла раствора ударной волны от уступов тела. В первом случае за телом угол раствора увеличивается и наблюдается схождение ударных волн от различных уступов.



а б

Рис.6 Два вида обтекания тела V= 2км/сек; а) воздух; б) воздушная плазма, тлеющий разряд, ионно-звуковая головная ударная волна.

Это связано с тем обстоятельством, что за каждой ударной волной увеличивается температура нейтральной компоненты. При этом увеличивается скорость звука и уменьшается число Маха. Это и приводит к увеличению угла раствора ударной волны от последующего уступа. Иначе происходит взаимодействие с телом потока плазмы. Скорость распространения возмущений в данном случае определяется скоростью ионного звука.

Температура электронов за ударной волной, в отличие от температуры нейтральных частиц, снижается. Это приводит к уменьшению в плазме скорости ионного звука. При этом увеличивается ионное число Маха, которое определяет обтекание в резонансных диапазонах скоростей. В результате за уступом уменьшается угол раствора ударной волны. Таким образом, отличия в обтекании в газе и плазме связаны с тем, что за ударной волной число Маха M уменьшается, а ионное число Маха M_i увеличивается. Таким образом обтекание ступенчатого тела плазмой также показывает что это обтекание обусловлено возникновением в нейтральной компоненте особого скачка плотности. Этот скачок возник вследствие образования ионно-звукового солитонного сгустка, в котором происходит сильное взаимодействие заряженной и нейтральной компонент. Этот скачок плотности является одной из компонент ионно-звуковой ударной волны. Его условно можно назвать “ионно-звуковой ударной волной нейтральной компоненты”. Эта диффузная волна и формирует обтекание сверхзвукового тела плазмой.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые экспериментально продемонстрировано существование ионно-зкуковой ударной волны нейтральной компоненты плазмы - второго типа ударных волн, реализующегося при движении в плазме. Обнаружено, что в исследованных условиях в области чисел Маха $M \geq 1$ ударная волна в плазме отсутствует. Это означает, что скорость распространения возмущений перед телом значительно превышает тепловую и имеет ионно-звуковую природу. Перед телом возникает локализованная область свечения, которая представляет собой ионно-звуковой солитонный предвестник. Ударная волна появляется при скорости C=1060 м/сек, которая является максимальной фазовой скоростью возникающего солитонного сгустка. Анализ скоростных диапазонов показывает, что первый малоскоростной солитонный сгусток в предвестнике в области чисел Маха $M > 1$ образован наиболее многочисленными в разряде ионами NO^+ и группой электронов 0,136 eV, образовавшимися при ассоциативной ионизации в реакции

$NO^*(4{,}7\ эв) + NO^*(4{,}7\ эв) = NO^+ + e\ (0{,}136\ эв)$

Проведённые исследования показали, что физическая модель обтекания тела плазмой при исследованных скоростях движения $C > 700$ связана с преобладающей ролью ионно-звукового взаимодействия вблизи поверхности тела. Верхней границей аномального обтекания, обусловленного ионно-звуковым взаимодействием в плазме воздуха, может являться максимальная фазовая скорость сгустков, образованных ионами NO^+, основной группой электронов плазмы и электронами, образованными при ударах второго рода с молекулами кислорода, возбуждёнными на второй метастабильный терм с энергией 1,64 eV. Таким образом, аномальное обтекание плазмой, как и детонация взрывчатых веществ [8,9], является частным случаем общей проблемы взаимодействия ударных волн с неравновесной плазмой. Обнаруженные в плазме эффекты могут служить основой для разработки новых плазменных высокоскоростных технологий. Однако, детальное изучение их физики и динамики до настоящего времени отсутствует.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авраменко Р.Ф., Климов А.И., Серов Ю.Л. и др.” Эффект аномального обтекания тел плазмой “ // Открытие № 007. Приоритет 17.09.80. Зарегистрировано 25.12.86 в Гос. реестре открытий СССР.
2. Yu. L. Serov, “Experimental Investigations of a Supersonic Sphere Motion in a Plasma on Ballistic Apparatus”, Proceedings of the 2nd Weakly Ionized Gases Workshop, Norfolk, USA, 24-25 April, 1998, pp. 32-45.
3. Мишин Г.И., Серов Ю.Л., Явор И.П. Обтекание сферы при сверхзвуковом движении в газоразрядной плазме // Письма в ЖТФ, т.17, в.11,(1991), с.65-71.
4. Pavlov V.A., Serov Yu.L. Supersonic Motion of a Body in Weakly Ionized Plasma: Phenomena of Trans-Ion-Acoustic Plasma Dynamics // 3rd Weakly Ionized Gases Workshop, Norfolk, USA, 1999 / AIAA-99-4852.
5. V.A.Pavlov. Ion-Acoustic "Houston's Horse" Effect. //Plasma Physics Reports, 2000, V.26, No.6, pp.507-511.
6. V.A. Pavlov. Weakly Ionized Plasma in a Supersonic Plasma Flow. // Plasma Physics Reports, v.28, №6, 2002, pp. 479- 483.
7. Ю.Л. Серов. “Ионно-звуковая модель ионизационной неустойчивости сильных ударных волн”. // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем», Казань - Дайтона Бич, 2 (18), 2004, стр.42-49.
8. V.A. Pavlov, Yu.L. Serov. Plasma model of detonation – I: theoretical description of plasma detonation. // Proc. of 7th Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Moscow, Russia, March 27-29, 2007.
9. V.A. Pavlov, Yu.L. Serov. Plasma model of detonation – II: Nonlinear interaction and limits of propagation of a detonation in combustible gas mixtures. // Proc. of 7th Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics. Moscow, Russia, March 27-29, 2007.
10. Серов Ю.Л., Явор И.П. Волны заряда в ионизованном газе перед гиперзвуковым телом. // ЖТФ, т.66, в.11, 1996, с.181-186.
11. В.А. Павлов. Физический механизм уменьшения сопротивления за счёт слабой ионизации пограничного слоя при обтекании тела дозвуковым потоком. // Вестник СПбГУ, сер.4. 2010. Вып.2.С. 16-22

© Серов Ю.Л.