УДК 536.71

РАСЧЕТ ТЕПЛОВОГО РОСТА ТОРОИДАЛЬНОГО ПУЗЫРЬКА НА КОНЦЕНТРАТОРЕ ТОКА В ЭЛЕКТРОЛИТЕ

Медведев Р.Н.[1], Чернов А.А.[2]

[1]*Институт гидродинамики им М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия*
[2]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия*

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 10-08-00788.

АННОТАЦИЯ

В данной работе выполнен приближенный численный расчет периода пульсации тороидального пузырька на круглом диафрагменном концентраторе тока в идеальной жидкости. Теоретически и экспериментально показано, что зависимость периода от прикладываемого напряжения имеет минимум, что объясняется сменой преобладающего механизма роста пузырька. Полученная формула периода пульсации согласуется с экспериментальными данными для круглых отверстий радиусами от 0,025 до 0,5 мм с точностью от 20% до 50% соответственно.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] описан автоколебательный режим электрического разряда в электролите на диафрагменных концентраторах тока, представляющих собой круглые отверстия в тонкой диэлектрической пленке. Показано, что автоколебания обеспечиваются образованием и пульсациями торообразных пузырьков за счет нагрева электролита протекающим током. Описанный эффект представляет как фундаментальную важность (изучение механизмов взаимодействия сложных автоколебательных систем), так и прикладное значение в первую очередь для разработок генераторов акустических волн заданной геометрии и частоты. Несмотря на то, что автоколебательный режим был обнаружен более ста лет назад, на сегодняшний день не существует теоретического описания данного явления из-за комплексности происходящих процессов. Распределение плотности тока и температуры крайне неоднородно и имеет максимум на кромке круглого отверстия [3], чем обусловлена торообразная форма пульсирующего пузырька.

Уравнение теплового расширения сферического пузырька, растущего в однородно перегретой жидкости за счет непрерывного испарения со стенок, подробно исследовано в [4], пузырек растет пропорционально корню из времени, пока не отрывается от поверхности из-за архимедовых сил.

В случае роста торообразного пузырька при нагреве электролита электрическим током динамика процесса имеет гораздо более сложный характер. Условно каждую пульсацию пузырька можно разделить на три стадии (с временами t_1, t_2 и t_3, соответственно). Первая стадия (t_1) – это нагрев током электролита до начала роста парогазового пузырька. При нагреве, если выделяемая мощность относительно мала, то на кромке отверстия могут образовываться маленькие локальные пузырьки, которые быстро схлопываются из-за недостаточного перегрева окружающей жидкости. Когда перегрев достигает достаточной величины, наступает вторая стадия (t_2): пузырьки на кромке отверстия начинают расти, коалесцируют друг с другом и далее растут, как один торообразный пузырь до смыкания в центре и полного перекрывания отверстия. При этом в центральной части отверстия ток продолжает протекать и нагревает электролит. Затем наступает третья стадия (t_3): форма пузырька быстро переходит в квазисферическую, рост продолжается по инерции до максимального размера, затем пузырек схлопывается к центру отверстия и отлетает от него в виде облака мелких пузырей. Ток начинает протекать через отверстие, и процесс повторяется.

РАСЧЕТ

На рис.1 схематично показано круглое отверстие в диафрагме и тороидальный пузырь с осью на кромке отверстия в разрезе (цилиндрическая симметрия). Здесь z – ось отверстия, r – расстояние от оси отверстия, a – радиус отверстия, R – радиус пузырька, h – толщина диафрагмы.

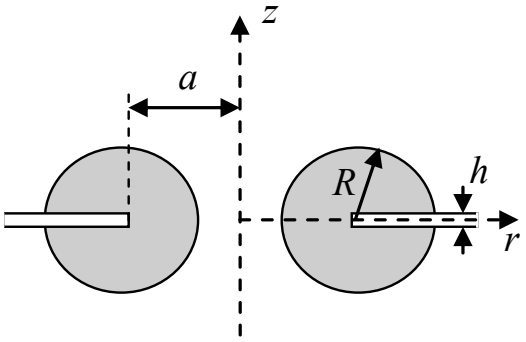

Рис.1 Вид круглого отверстия с тороидальным пузырьком в разрезе.

В наших условиях скорость расширения пузырька не превосходит 10м/с, поэтому жидкость можно считать несжимаемой.

В [5] выведены уравнения пульсации тороидального пузырька в бесконечном объеме идеальной жидкости (рис.1) в приближении тонкого тора (R<<a):

$$\frac{p-p_a}{\rho}=\ln\left(\frac{8a}{R}\right)*\left[R\ddot{R}+\dot{R}^2\right]-\frac{\dot{R}^2}{2}, \qquad (1)$$

где p – давление в жидкости, p_a – атмосферное давление.

При помощи численного расчета установлено, что данное уравнение может применяться и для радиусов тора, сравнимых с радиусом отверстия, с точностью 12%.

Для описания первой и второй стадии пульсации пузырька (нагрев электролита и рост торообразного пузырька до полного перекрывания отверстия) будем пользоваться следующими приближениями. Считаем, что давление в пузырьке однородно и равно давлению в жидкости на границе $p|_{R+}=p|_{R-}$. Также считаем, что температура в пузырьке равна температуре кипения (т.е. в пузырьке находится насыщенный пар), и равна температуре жидкости на поверхности пузырька $T|_R=T_S$. Для упрощения расчетов будем считать, что температура кипения не зависит от давления, так как давление в пузырьке не превышает 10 атмосфер.

Запишем систему уравнений гидродинамической непрерывности при росте пузырька, непрерывности при протекании тока через отверстие, теплопроводности с учетом вынужденной конвекции, потока энергии в пузырек за счет испарения, состояния пара в пузырьке:

$$\begin{aligned}
&\mathrm{div}\upsilon=0,\\
&\mathrm{div}j=0,\\
&\frac{\partial T}{\partial t}+(\upsilon\cdot\nabla T)-\frac{\chi}{C\rho}\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]=\frac{q}{C\rho},\\
&\lambda\frac{dm}{dt}=-\chi\int\nabla T dS, \qquad (2)\\
&pV=\frac{m}{\mu}AT_S.
\end{aligned}$$

Здесь υ – скорость жидкости (компоненты которой записаны в (1)), χ, C, ρ, λ, T_S, – теплопроводность, теплоемкость, плотность, удельная теплота парообразования, температура кипения жидкости, $q=j^2/\sigma$ – удельная мощность (j – плотность тока, σ – проводимость электролита), μ – молярная масса пара, m – масса пара в пузырьке, p – давление в пузырьке, p_a – давление в жидкости на бесконечности, $S=4\pi^2aR$ – площадь поверхности пузырька, $V=2\pi^2aR2$ – объем пузырька, A – универсальная газовая постоянная.

Эта система уравнений вместе с выражением (1) полностью описывает физическую систему с момента начала роста пузырька. Механизм кипения носит, в основном, гетерогенный характер, так как кипение начинается на краю стенки диафрагмы, где уже присутствуют зародыши газовой фазы на неровностях поверхности. Как показали расчеты, время роста пузырька и его динамика не зависят от размера зародыша, если он значительно меньше радиуса отверстия диафрагмы.

Для численного решения система (2) обезразмеривалась следующим образом:

$$q=\tilde{q}\frac{\sigma U^2}{a^2},\ \tilde{j}=\frac{a}{\sigma U}j,\ T=\tilde{T}\frac{\sigma U^2}{\chi},\ \upsilon=\tilde{\upsilon}\dot{R},\ t=\tilde{t}\frac{C\rho a^2}{\chi},$$

$$p-p_a=\tilde{p}\frac{\chi^2}{C^2\rho a^2},\quad m=\tilde{m}\frac{\sigma U^2 C\rho a^3}{\lambda\chi},\quad x=r/a,\quad y=z/a,$$

$$\tilde{R}=R/a,\ \tilde{S}=4\pi^2\tilde{R},\ \tilde{V}=2\pi^2\tilde{R}^2$$

(безразмерные величины с волной), U – напряжение на электродах. Считаем, что C, ρ, σ, μ, λ, χ не зависят от скорости и температуры.

После приведения системы (2) к безразмерному виду в ней остается три безразмерных параметра, содержащих все физические величины:

$$\tilde{p}_a = \frac{C^2 \rho a^2 p_a}{\chi^2}, \quad \tilde{T}_S = T_S \frac{\chi}{\sigma U^2}, \quad \tilde{k} = \frac{C\rho A T_S^2}{\lambda \mu p_a}.$$

При решении принималось, что $\tilde{k}$=const, а параметры $\tilde{p}_a$ и $\tilde{T}_S$ варьировались в соответствии с задаваемым радиусом отверстия a, проводимостью электролита σ и напряжением U.

Решение проводилось численно методом конечных элементов на неравномерной треугольной сетке. Пределы интегрирования составляли $x \in (0:100)$, $y \in (-100:100)$. Толщина диафрагмы бралась равной одной десятой радиуса пузырька ($\tilde{h}$=0,1$\tilde{R}$), таким образом, ее влияние сводилось к минимуму. Так как образование пузырька носит преимущественно гетерогенный характер, в начальный момент времени предполагали наличие зародышевого тороидального пузырька с относительным радиусом в пределах $\tilde{R}$0=0,001÷0,01, от конкретного выбора решение не зависит.

На каждом шаге по времени расчет проводили в следующей последовательности. Сначала решали уравнение непрерывности для нахождения поля скоростей жидкости υ. Далее решали уравнение непрерывности при протекании тока для нахождения удельной мощности $\tilde{q}$. Затем решали уравнение теплопроводности с учетом распределения скоростей и температуры на предыдущем шаге, причем в качестве граничного условия на поверхности пузырька брали отсутствие потока тепла до момента, пока максимальная температура не достигала температуры кипения. Далее находили градиент температуры на границе пузырька, который интегрировали по площади его поверхности. Затем находили приращение массы пузырька по четвертой формуле из (2). После этого находили давление в пузырьке из уравнения состояния, и затем это давление подставляли в уравнение пульсации пузырька для нахождения приращения радиуса. В нулевой момент времени температура жидкости принималась равной комнатной $\tilde{T}_0 = 300°K \frac{\chi}{\sigma U^2}$. При изменении начальной температуры от 0°C до 100°C время роста пузырька уменьшается примерно в два раза. Более детального анализа зависимости решения от начальной температуры не проводилось.

На рис.2 показана зависимость радиуса пузырька от времени в безразмерном виде для параметров $\tilde{p}_a$=49•10^6, $\tilde{T}_S$=3,7•10^{-3}, полученная в результате решения системы (2). Отдельно приведен начальный участок в увеличенном масштабе, на котором мы видим, что после того, как пузырек начал расти, он совершает несколько колебаний, возвращаясь к зародышевому размеру перед тем, как продолжить свой рост. Этот эффект, полученный численным решением системы (2), проявляется в реальных экспериментах, как пульсации отдельных пузырьков на кромке концентратора тока перед коалесценцией в единый торообразный пузырь, который затем растет.

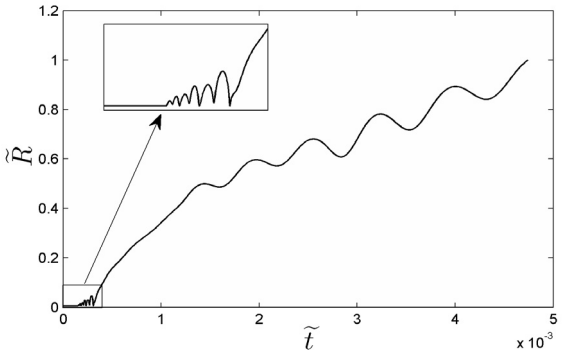

Рис.2 Зависимость радиуса пузырька от времени при $\tilde{p}_a$=49•10^6, $\tilde{T}_S$=3,7•10^{-3}.

Видно, что характер зависимости радиуса от времени существенно отличается от приведенного в [4] для случая равномерно перегретой жидкости без дополнительного подвода тепла.

Анализ зависимости рассчитанного времени нагрева и роста тороидального пузырька до полного перекрывания концентратора тока от безразмерных параметров системы (2) показал, что оно не зависит от $\tilde{p}_a$ в диапазоне 3•10^6÷2,7•10^9 и пропорционально $\tilde{T}_S$:

$$\tilde{t}_1 + \tilde{t}_2 \approx \tilde{T}_S. \qquad (3)$$

После полного перекрывания отверстия форма пузырька быстро изменяется на квазисферическую, и далее можно считать, что он растет по инерции без подвода энергии, так как ток перестает протекать. Таким образом, эту стадию можно приближенно описать уравнением Релея [6]. В случае водного раствора электролита поверхностным натяжением и вязкостью можно пренебрегать, так как для наших размеров и скоростей пузырьков эти слагаемые оказываются достаточно малыми. С учетом этого уравнение Релея в безразмерном виде запишется, как:

$$\tilde{R}\ddot{\tilde{R}} + \frac{3}{2}\dot{\tilde{R}}^2 = \tilde{p}\ . \qquad (4)$$

Так как после перекрытия отверстия нагрев электролита прекращается, то, не учитывая процессы конденсации, давление в пузырьке в первом приближении можно описывать адиабатической зависимостью $p = p_1\left(\frac{R_1}{R}\right)^{3\gamma}$,

где p_1, R_1 – давление и радиус сферического пузырька в момент полного перекрывания концентратора, γ – показатель адиабаты паров воды в пузырьке. Таким образом, уравнение (4) запишется в виде:

$$\widetilde{R}\ddot{\widetilde{R}} + \frac{3}{2}\dot{\widetilde{R}}^2 = (\widetilde{p}_1 + \widetilde{p}_a)\left(\frac{\widetilde{R}_1}{\widetilde{R}}\right)^{3\gamma} - \widetilde{p}_a \,, \qquad (5)$$

где $\widetilde{p}_a = \frac{C^2\rho a^2 p_a}{\chi^2}$.

Пользуясь значениями давления в пузырьке и скоростью границы пузырька на последнем шаге численного решения системы (2) в качестве начальных данных для уравнения (5) и решая это уравнение численно, мы получим зависимость радиуса пузырька от времени при его последующем росте (после обрыва тока) и схлопывании к оси отверстия, а также время третьей стадии пульсации $\widetilde{t}_3$.

Анализ (5) показывает, что учет конденсации пара в пузырьке на третьей стадии пульсаций повлияет на время $\widetilde{t}_3$ не более чем на 10%.

При замыкании торообразного пузырька в центре происходит быстрое испарение слоя жидкости, расположенного на оси отверстия. На кадрах киносъемки, сделанной в фас, в момент полного перекрывания концентратора не наблюдается сужения внешней границы пузырька, поэтому будем считать, что R1=2a, $\dot{R}_1 \approx \dot{R}$.

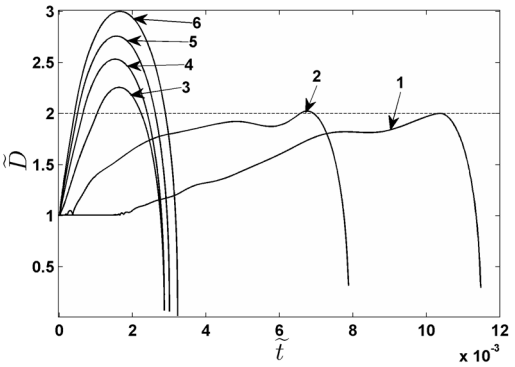

Рис.3 Зависимость расстояния от оси отверстия до внешней кромки пузырька от времени для различных $\widetilde{T}_S$: 1) – 0,0149, 2) – 0,0037, 3) – 0,0009, 4) – 0,0004, 5) – 0,0002, 6) – 0,00015; $\widetilde{p}_a$=3•10^6.

На рис.3 показана зависимость безразмерного расстояния от оси отверстия до внешней кромки пузырька $\widetilde{D}$ от времени с момента подачи напряжения до схлопывания пузырька для различных значений $\widetilde{T}_S$ = 1,5•10^{-4} ÷ 1,5•10^{-2} (соответствующим при σ = 6 Ом$^{-1}$м$^{-1}$ напряжениям U = 50 ÷ 500 В), полученного решением системы (2) и уравнения (5) с параметром $\widetilde{p}_a$ = 3•10^6 (соответствует a = 0,025 мм).

Видно, что максимумы кривых 1 и 2 (что соответствует напряжениям 50 и 100 В) практически не превышают значение два, т.е. после перекрывания концентратора тока пузырек более не растет. Для остальных кривых наблюдается дальнейший рост пузырька после перекрывания концентратора, а максимальный радиус растет с увеличением напряжения. Также наблюдается уменьшение времени пульсации с увеличением напряжения для первых трех кривых. Для последних трех, наоборот, время пульсации пузырька увеличивается с увеличением напряжения. Видно, что при малых напряжениях почти на всем периоде пульсации работает тепловой механизм роста, тогда как при большом напряжении тепловой механизм работает только в начальной стадии, после которой пузырек пульсирует адиабатически.

Аппроксимация зависимости расчетного времени третьей стадии пульсации от $\widetilde{p}_a$ и $\widetilde{T}_S$ дает приближенную формулу:

$$\widetilde{t}_3 \approx 3{,}7\sqrt{\frac{1}{\widetilde{p}_a}}\left(1 + 1{,}25\widetilde{p}_a^{-1/4}\widetilde{T}_S^{-1/2}\right). \qquad (6)$$

Таким образом, полный период пульсации пузырька $\widetilde{\tau}$ будет определяться суммой времен $\widetilde{t}_1$, $\widetilde{t}_2$ и $\widetilde{t}_3$:

$$\widetilde{\tau} \approx \widetilde{T}_S + \frac{3{,}7}{\sqrt{\widetilde{p}_a}}\left(1 + 1{,}25\widetilde{p}_a^{-1/4}\widetilde{T}_S^{-1/2}\right). \qquad (7)$$

Безразмерный период пульсации имеет минимум в точке

$$\widetilde{T}_S = \frac{1{,}74}{\sqrt{\widetilde{p}_a}}.$$

Если записать это выражение в размерных величинах, то получится, что напряжение, соответствующее минимальному периоду равно:

$$U_{\min} \approx 0{,}77\sqrt{\frac{CT_S a\sqrt{\rho p_a}}{\sigma}}\,, \qquad (8)$$

т.е. пропорционально корню из радиуса отверстия и обратно пропорционально корню из

проводимости. А выражение для минимального периода запишется, как:

$$\tilde{\tau}_{\min} \approx \frac{9}{\sqrt{\tilde{p}_a}}. \quad (9)$$

В размерном виде (7) будет выглядеть, как:

$$\tau \approx \frac{C\rho T_S a^2}{\sigma U^2} + 3{,}7a\sqrt{\frac{\rho}{p_a}} + 4{,}6U\sqrt{\frac{\sigma a}{CT_S p_a}\sqrt{\frac{\rho}{p_a}}}, \quad (10)$$

а (9), как:

$$\tau_{\min} \approx 9a\sqrt{\frac{\rho}{p_a}}, \quad (11)$$

т.е. минимальный период пропорционален радиусу отверстия.

СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Экспериментальная установка показана на Рис.4. Электроды 1, 2 располагались в электролите по разные стороны от диафрагмы с отверстиями 3 в кювете из оргстекла 4. Расстояние от диафрагмы до электродов составляло ~50мм. В качестве электродов применялись пластины из нержавеющей стали. Для измерения тока использовался осциллограф Tektronix TDS-210, (6), который подключался к шунту R = 0,2 Ом. Второй вход осциллографа 6 подключался к электродам 1, 2 через делитель для регистрации напряжения. Киносъемка гидродинамических процессов проводилась при помощи скоростной видеокамеры REDLAKE HG-LE (7) через окно из оргстекла 5 в кювете и круглое отверстие в электроде 2. Электрическая схема установки состояла из конденсатора C = 10 ÷ 100 мкФ, который заряжался до напряжения UC = 10 ÷ 1000 В от внешнего источника постоянного напряжения $U_{пит.}$, электромагнитного ключа K, управляемого от внешнего запускающего генератора, от которого также запускалась киносъемка и осциллографирование. Собственная индуктивность установки составляла 3 мкГн.

В качестве электролита использовались 1 ÷ 5 % растворы NaCl в дистиллированной воде. Диафрагмой служили пленки из тефлона толщиной 20мкм и лавсана толщиной 50 и 100 мкм. Радиус a отверстия в пленке варьировался от 0,025 до 0,75 мм.

На рис.5 показана экспериментальная зависимость первого периода автоколебаний от напряжения для отверстий радиусами a = 0,025 ÷ 0,25 мм, (концентрация NaCl составляла 3 ÷ 5 %) с аппроксимацией формулой (10).

В действительности растущий пузырек на диафрагменном концентраторе тока не имеет строго тороидальной формы с осью на кромке отверстия, его форма близка к тору, а ось расположена ближе к центру отверстия из-за того, что испарение происходит, преимущественно с внутренней стенки.

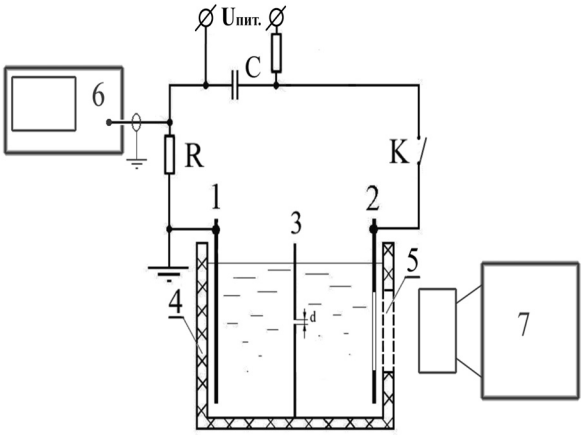

Рис.4 Схема экспериментальной установки.

Также не учитывается влияние самой диафрагмы, толщина которой может составлять значительную долю от радиуса отверстия (в экспериментах $\tilde{h}$ достигало 4), что особенно проявляется при малых размерах пузырька. Все это, в совокупности с приближенностью системы (2) и пренебрежением зависимости параметров электролита от температуры и давления, приводит к погрешностям расчета.

Анализ экспериментальных данных показывает, что точность формулы (10) с учетом сделанных приближений уменьшается при увеличении размера концентратора тока: при a = 0,05 мм погрешность составляет около 20%, при a = 0,75 мм – около 50%. Более того, данная формула описывает только первый импульс автоколебаний. После-

дующие импульсы при малых напряжениях значительно короче первого, а при больших различие уменьшается до нескольких процентов.

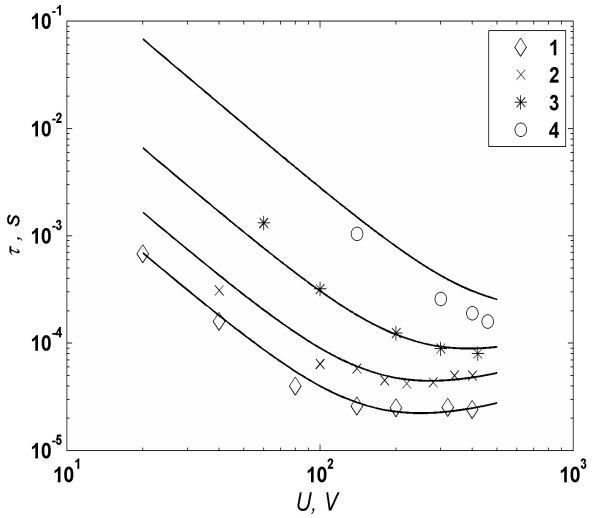

Рис.5 Зависимость экспериментально полученного первого периода автоколебаний от напряжения: 1 – a = 0,025 мм, σ = 3,6 $Ом^{-1}м^{-1}$, 2 – a = 0,05 мм, σ = 6 $Ом^{-1}м^{-1}$, 3 – a = 0,1 мм, σ = 6 $Ом^{-1}м^{-1}$, 4 – a = 0,25 мм, σ = 3,6 $Ом^{-1}м^{-1}$. Сплошные линии – аппроксимация формулой (10).

В [7] показано, что при отлете пузырька от поверхности нагрева на ней остается некоторая часть, которая служит зародышем для образования последующего пузырька. Этим, помимо нагрева электролита, может объясняться уменьшение периода автоколебаний, начиная со второго импульса тока.

Несмотря на приближенный характер формулы (10), качественно она описывает немонотонный характер зависимости периода автоколебаний от напряжения, что получено впервые. В [8] говорится, что период автоколебаний обратно пропорционален квадрату напряжения. Анализ формулы (10) показывает, что это утверждение справедливо только при $U<U_{min}$.

Подставляя в формулу (11) $\rho = 10^3$ $кг/м^3$, $p_a = 10^5$ Па, получаем, что $\tau_{min} \approx a \cdot 0{,}9$ с/м. В работах [1, 2] было экспериментально показано, что минимальный период пропорционален радиусу отверстия с коэффициентом 0,8 с/м. Экспериментально полученный коэффициент меньше теоретического также за счет того, что последующие периоды автоколебаний меньше первого, а при обработке экспериментальных данных анализировались все периоды в осциллограмме.

В данной работе не рассмотрена такая немаловажная часть автоколебательного процесса, как дополнительный ввод энергии в пузырек за счет ионизационных процессов, который имеет место при больших напряжениях (300 ÷ 600 В). Ионизация в описанной постановке наблюдается при схлопывании пузырька, в момент пересечения границей пузырька кромки концентратора тока и приводит к задержке схлопывания, а иногда даже и к обратному росту пузырька, таким образом, период пульсации увеличивается.

ВЫВОДЫ

Получена приближенная зависимость радиуса тороидального пузырька от времени при тепловом росте на концентраторе тока.

При помощи численного расчета получена приближенная аппроксимационная формула периода автоколебаний, которая согласуется с экспериментом. Показано, что зависимость периода от прикладываемого напряжения имеет минимум.

Теоретически определено напряжение, при котором период автоколебаний минимален, оно соответствует смене преобладающего механизма роста пузырька. Показано, что минимальный период пропорционален радиусу концентратора тока с коэффициентом 0,9с/м.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тесленко В.С., Дрожжин А.П., Карташов А.М. Генерация автоколебательных процессов при диафрагменном разряде в электролите // Письма в Журнал технической физики. 2001. Т. 27. Вып. 20. С. 83–85.
2. Тесленко В.С., Медведев Р.Н., Дрожжин А.П., Санкин Г.Н. Механизм автоколебательных процессов на диафрагменных концентраторах тока. // Сборник трудов 8-й международной конференции «Современные проблемы электрофизики и электрогидродинамики жидкостей», Санкт-Петербург. 2006. С. 139–142.
3. Поппель П.С., Павлов П.А., Скрипов В.П. Экспериментальное определение температуры достижимого перегрева электролитов // Гидродинамика и теплообмен. УНЦ АН СССР. 1974. С. 86–91.
4. Лабунцов Д.А., Ягов В.В. Механика двухфазных систем. М.: МЭИ, 2000. 374 с.
5. Кедринский В.К. О пульсации тороидального газового пузыря в жидкости // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Инт. Гидродинамики. 1974. Вып. 16. С. 35–43.
6. Скрипов В.П. Метастабильная жидкость. М.: Наука, 1972. 312 с.
7. Несис Е.И. Кипение жидкостей. Успехи физических наук. 1965. Т. 87. Вып. 4. С. 615–653.
8. Лазаренко Б.Р., Фурсов С.П., Факторович А.А., Галанина Е.К., Дураджи В.Н. Коммутация тока на границе металл-электролит. АН Молдавской ССР. Кишинев, 1971. 73 с.