УДК 532.526, 536.242

ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ НА РАВНОМЕРНО НАГРЕТОЙ ПЛАСТИНЕ

Сахнов А.Ю.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

Выполнено при финансовой поддержке Президента РФ (Стипендия СП-595.2012.1).

АННОТАЦИЯ

В работе представлены результаты численного исследования ускоренного течения на нагретой плоской пластине с постоянной температурой. Показано, что одновременное воздействие отрицательного градиента давления и неизотермических условий на пограничный слой приводит к увеличению коэффициента трения и числа Стантона. При этом профили скорости и температуры становятся более заполненными. В случае значительного ускорения потока и существенного нагрева стенки профиль скорости деформируется: скорость в пограничном слое превышает скорость в потенциальном течении.

ВВЕДЕНИЕ

Влияние отрицательного градиента давления и неизотермических условий на пограничный слой в отдельности исследовано достаточно хорошо [1].

В работе [2] исследовано влияние отрицательного градиента давления на динамические характеристики пограничного слоя. Показано, что ускорение потока приводит к увеличению коэффициента трения и к более заполненным профилям продольной скорости, а также к подавлению турбулентности.

В статье [3] на основе интегрального уравнения импульсов нами было показано, что критическое значение параметра ускорения, при котором предотвращается прямой ламинарно-турбулентный переход в течении с отрицательным градиентом давления, находится в диапазоне $0.5\times10^{-6} \le K_{cr} \le 1\times10^{-6}$.

Влияние температурного фактора на безградиентный ламинарный пограничный слой незначительно и может быть выражено следующим соотношением:

$$\frac{c_f}{c_{f0}} = \frac{St}{St_0} = \psi^{-0.08}, \qquad (1)$$

где c_{f0} и St_0 - коэффициент трения и число Стантона в ламинарном пограничном слое Блазиуса. Формула (1) справедлива при малых скоростях потока, до чисел Маха 0.4. При M>0.4 следует дополнительно учитывать кинетический температурный фактор.

Согласно асимптотической теории Кутателадзе - Леонтьева, в турбулентном пограничном слое нагрев стенки приводит к существенному снижению трения. В работе [4] показано, что с увеличением температурного фактора критическое число Рейнольдса перехода к турбулентному режиму течения снижается.

В работе [5], напротив, показано, что локальный нагрев поверхности начального участка пластины приводит к ламинаризации пограничного слоя.

Совместное влияние температурного фактора и ускорения потока на пограничный слой исследовалось в рамках течений с горением [6,7]. В этих работах был обнаружен эффект деформации профиля продольной скорости, при котором скорость в пограничном слое превышает локальную скорость основного потока.

В работе [6] при горении метана скорость внутри ускоренного пограничного слоя превышала скорость в потенциальном течении на 30%. В исследовании [7] в качестве горючего вещества использовался этанол, и деформация профиля составила 85%.

В работе [8] исследовалась вынужденная и смешенная конвекция около плоской нагретой вертикальной пластины. Здесь при пере-

паде температур между стенкой и основным спутным потоком также реализуется эффект «прострела». Скорость в пристенной области превышает скорость спутного потока, равную 0.15 м/с, на 17%.

В вышеописанных работах [6 – 8] отмечен эффект деформации профиля скорости в различных, достаточно сложных, условиях: горении, одновременном нагреве стенки и инородном вдуве и т.д. В данной работе численно исследуется эффект деформации профиля скорости, возникающий в результате только двух факторов: отрицательного градиента давления и равномерно нагретой поверхности.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается течение воздуха в области нижнего пограничного слоя в плоском сужающемся канале (рис. 1), когда параметр ускорения Кейса $K = \left(\mu / \rho U_e^2\right) dU_e / dx$ сохраняет постоянное по длине значение. Температура нижней стенки T_w превышает температуру основного потока T_e. Предполагается, что верхняя наклонная крышка канала расположена на большом удалении от нижней поверхности канала, т.е. $h_0 > \delta$.

В настоящем исследовании использовались уравнения сжимаемого пограничного слоя, подробно представленные в статье [9]. Плотность воздуха расчитывалась из уравнения состояния идеального газа. Другие свойства воздуха определялись по полиномам с коэффициентами, представленными в работе [10].

На стенке выполняется условие прилипания и постоянства температуры:

$$y = 0: \ U = 0, \ V = 0, \ T = T_w = const .$$

Скорость на внешней границе пограничного слоя U_e определялась с учётом геометрии течения и сжимаемости газа:

$$y \ge \delta : U = U_e = -\left(K \int_0^x \rho / \mu dx - 1 / U_0 \right)^{-1}, \ \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

Параметр ускорения и температурный фактор изменяются в диапазонах $1 \le K \le 6 \times 10^{-6}$ и $1 \le \psi \le 6$ соответственно. Значение числа Маха не превышает 0.4.

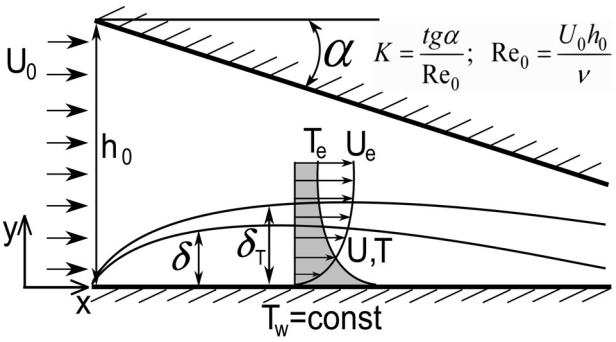

Рис.1 Схема течения.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе [3] было показано, что в случае обтекания поверхности с температурой близкой к температуре ускоренного набегающего потока, коэффициент трения не зависит от числа Re_x и определяется достаточно простой аналитической формулой $c_f / 2 = 1.14\sqrt{K}$, которая справедлива в асимптотических условиях течения при $K \mathrm{Re}_x \ge 1$.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента трения от числа Рейнольдса при значениях температурного фактора $\psi = T_w / T_e = 1...4$. Как видно, при числах Рейнольдса $\mathrm{Re}_x > 10^5$ с увеличением температуры стенки коэффициент трения также возрастает. При этом сохраняется область течения, в которой коэффициент трения не зависит от числа Рейнольдса и определяется следующим выражением:

$$\frac{c_f}{2} = \sqrt{K \frac{\pi}{2}} \cdot \psi^{0.4} . \qquad (2)$$

В течении с отрицательным градиентом давления влияние температурного фактора на коэффициент трения качественно противоположное влиянию этого фактора на трение в безградиентном течении. При постоянной по длине скорости основного потока (линия 3, формула (1)) перепад температуры между стенкой и основным потоком, равный 900K приводит, хотя и к незначительному, но снижению $c_f / 2$. В ускоренном же потоке, напротив, нагрев стенки приводит к росту коэффициента трения.

Следует отметить, что формула (2) даёт точное решение при $\psi > 1.5$.

В статье [9] было показано, что в квазиизотермических условиях отрицательный гра-

диент давления практически не влияет на число Стантона. На рис. 3 представлены зависимости числа Стантона от интегрального числа Рейнольдса при значениях температуры обтекаемой поверхности от 320K до 1200K. В [9] также показано, что при описании теплообмена в ускоренных потоках необходимо использовать интегральное число Рейнольдса Re_{int}, учитывающее изменение скорости в направлении основного течения. Отметим, что для рассматриваемого типа ускоренного течения числа Рейнольдса Re_x и Re_{int} практически совпадают до значений 10^5.

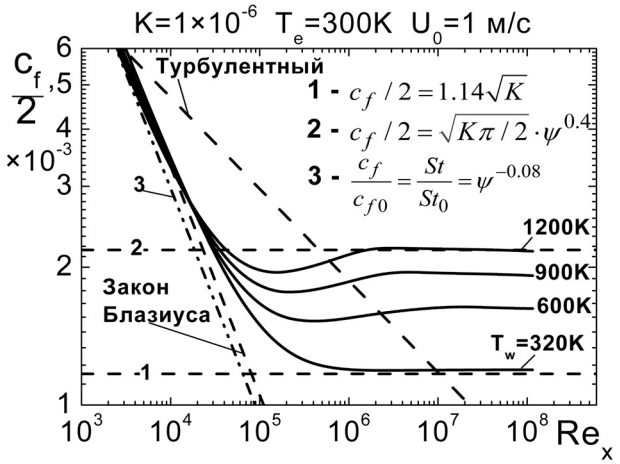

Рис.2 Влияние нагрева обтекаемой поверхности на коэффициент трения. Для зависимостей 2 и 3 ψ=4.

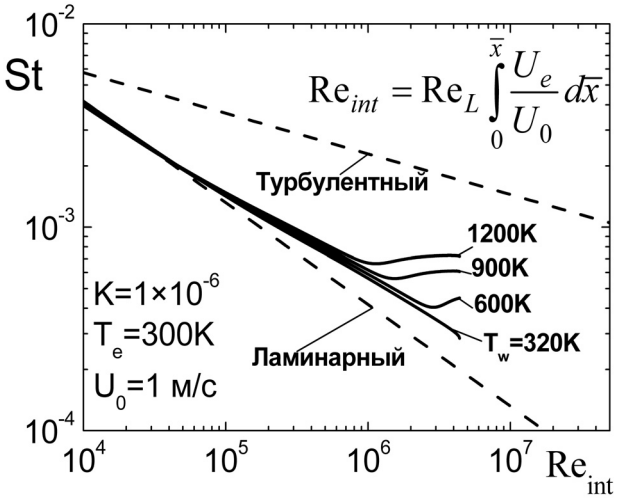

Рис.3 Влияние нагрева поверхности, обтекаемой ускоренным потоком, на число Стантона.

Как видно из рис. 3, нагрев поверхности в присутствии отрицательного градиента давления при $Re_{int} > 10^6$ приводит к росту числа Стантона. В случаях течения, когда температура стенки равна 900K и 1200K, число Стантона выходит на постоянные значения, аналогично коэффициенту трения.

Проведённые исследования показали, что увеличение коэффициента трения происходит из-за деформации профиля продольной скорости. Эта деформация выражается в том, что в ускоренном пограничном слое на нагретой поверхности значения продольной скорости начинают при определённых условиях превышать значения продольной скорости в потенциальном течении.

На рис. 4 представлена эволюция профиля продольной скорости в пограничном слое при $K = 1\times10^{-6}$ и ψ=4. При $Re_x \le 10^5$ профили продольной скорости менее заполнены, чем профиль скорости Блазиуса. Это согласуется с формулой (1) и данными рис. 2 для коэффициента трения, который напрямую определяется градиентом скорости на стенке. Очевидно, что влияние отрицательного градиента давления до $Re_x = 10^5$ незначительно.

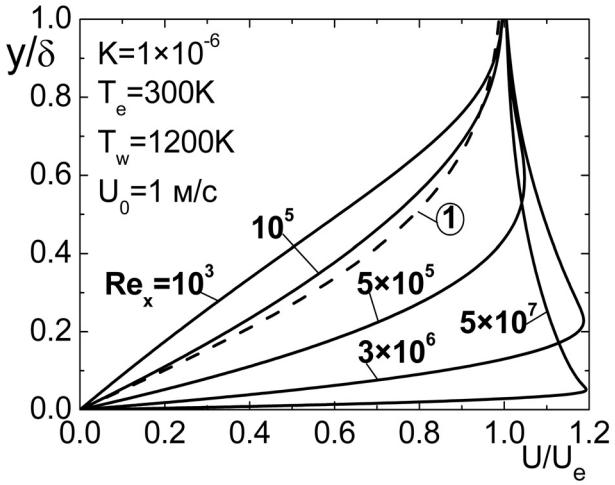

Рис.4 Деформация профиля продольной скорости в ускоренном пограничном слое на нагретой поверхности. 1 – профиль Блазиуса [1].

С увеличением числа Рейнольдса профили продольной скорости становятся более заполненными и при $Re_x = 5\times10^5$ появляется деформация профиля. Для рассматриваемых условий при числе Рейнольдса 3×10^6 продоль-

ная скорость в области деформации профиля превышает скорость потенциального течения на 20%. Указанное превышение сохраняется далее по потоку. При этом с ростом числа Рейнольдса максимум продольной скорости перемещается от внешней границы пограничного слоя к стенке.

Следует отметить, что участок течения, на котором коэффициент трения остаётся постоянным относительно числа Рейнольдса (рис. 2), соответствует постоянной величине скорости в максимуме деформации.

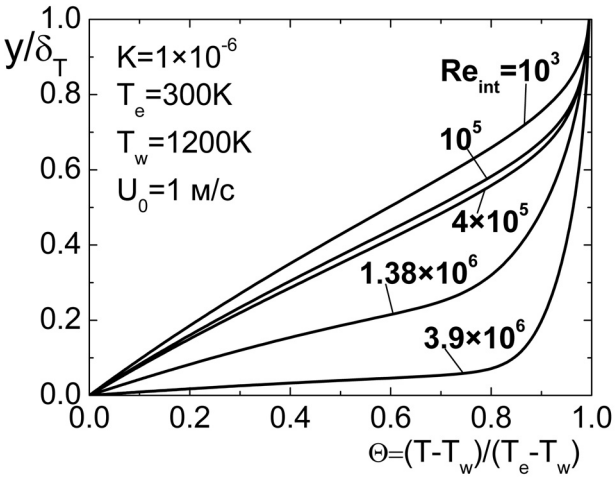

Рис.5 Профили безразмерной температуры в ускоренном пограничном слое на нагретой поверхности.

На рис. 5 приведены профили безразмерной температуры при различных значениях интегрального числа Рейнольдса, которым соответствуют числа Рейнольдса Re_x на рис. 4. Видно, что в профилях температуры отсутствует деформация, как это наблюдается в случае горения в ускоренном пограничном слое [7]. Однако при $\mathrm{Re}_{\mathrm{int}} \geq 1.38\times10^6$, когда в профилях скорости достигнута предельная деформация, профили температуры становятся существенно более заполненными. В этом случае максимальный градиент температуры наблюдается в небольшой по толщине пристенной области, а в остальной части пограничного слоя температура изменяется плавно.

Значительный перепад температур приводит к существенному изменению плотности воздуха. На рис. 6 представлены профили безразмерных характеристик пограничного слоя в одном из его сечений при $\mathrm{Re}_x = 5\times10^7$. Как видно, в пристенной области, следуя за изменением температуры, значительно изменяется плотность. Согласно проведённому расчёту при $T=T_w=1200K$ плотность воздуха на стенке $\rho_w=0.29$ *кг/м³*, что в четыре раза меньше плотности воздуха в основном потоке. Исходя из уравнения неразрывности, уменьшение плотности приводит к увеличению продольной скорости.

В статье [9] было показано, что в ускоренном пограничном слое в квазиизотермических условиях при $K\,\mathrm{Re}_{\mathrm{int}} > 0.02$ нарушается аналогия Рейнольдса. Однако, судя по данным рис. 6 безразмерные профили массового потока и температуры в неизотермических условиях практически совпадают. Это может послужить предпосылкой для построения аналогии между динамическими и тепловыми процессами в пограничном слое с отрицательным градиентом давления на нагретой поверхности.

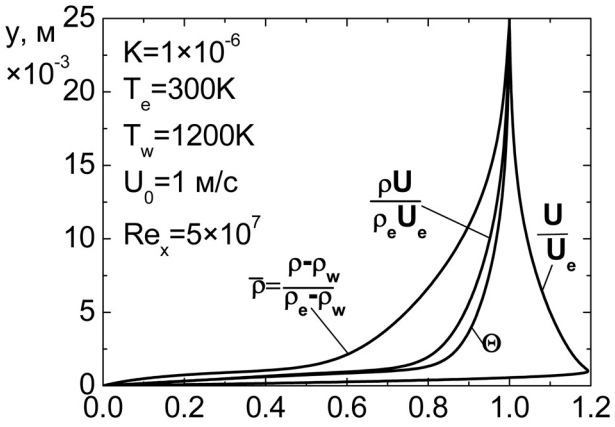

Рис.6 Профили безразмерных скорости, температуры, плотности и массового потока в ускоренном пограничном слое на равномерно нагретой поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное моделирование течения в ускоренном пограничном слое на равномерно нагретой пластине показало, что нагрев стенки приводит:

- к увеличению коэффициента трения и числа Стантона относительно ускоренного квазиизотермического пограничного слоя;
- к деформации профиля продольной

скорости, которая в ламинаризованном течении может превышать 20%;

- к более заполненным профилям температуры, но без деформации.

Показано, что деформация профиля скорости связана со значительным уменьшением плотности воздуха около горячей стенки. Максимум скорости возникает на внешней границе пограничного слоя и с увеличением числа Рейнольдса смещается к стенке.

Предложена простая аналитическая зависимость для расчёта коэффициента трения в асимптотическом течении, учитывающая одновременное влияние отрицательного градиента давления и температурного фактора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schlichting H., Gersten, K. Boundary layer theory, 8th ed. – Berlin: Springer, 2003.
2. V.G. Lushchik, A.A. Pavel'ev, A.E. Yakubenko, Transition to turbulence in the boundary layer on a plate in the presence of a negative free-stream pressure gradient // Fluid Dynamics. – 2004. – Vol. 39. – N 2. – P. 250 – 259.
3. Volchkov E.P., Makarov M.S., Sakhnov A.Yu., Boundary layer with asymptotic favorable pressure gradient // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2010. – Vol. 53. – P. 2837 – 2843.
4. Лущик В.Г., Павельев А.А., Решмин А.И., Якубенко А.Е., Влияние граничных условий на переход к турбулентности в пограничном слое на пластине при большом уровне внешних возмущений // Изв. РАН МЖГ. – 1999. – № 6. – С. 111 – 119. Lushchik V.G., Pavel'ev A.A., Reshmin A.I., Yakubenko A.E., Influence of boundary conditions on transition to turbulence in boundary layer on a Plate at High level of external perturbations // Izvestiya RAN MZhG. – 1999. – No. 6. – P. 111 – 119. [in Russian].
5. Довгаль А.В., Левченко В.Я., Тимофеев В.А., Ламинаризация пограничного слоя путём локализованного нагревания поверхности // Изв. СО АН СССР Серия технических наук. – 1989. – Вып. 3. – С. 60 – 65. Dovgal' A.V., Levchenko V.Ya., Timofeev V.A., Boundary-layer laminarization through localized surface heating // Izvestiya SO AN SSSR Seriya tekhnicheskikh nauk. – 1989. – Vol. 3. – P. 60 – 65. [in Russian].
6. Ueda T., Ooshima A., Saito N. and Mizomoto M., Aerodynamic Structure of a Laminar Boundary Layer Diffusion Flame over a Horizontal Flat Plate (Experimental Analysis) // JSME International Journal, Series II. – 1991. – Vol. 34. – No. 4. – P. 527–532.
7. Бояршинов Б.Ф., Волчков Э.П., Лукашов В.В., Теплообмен в ускоренном химически реагирующем пограничном слое // ДАН. –1996. – Т. 350. – № 6. – С. 763–765. Boyarshinov B.F., Volchkov E.P., Lukashov V.V., Heat transfer in accelerated chemically reacting boundary layer // Doklady Akademii Nauk. – 1996. – Vol. 350. – No. 6. – P. 763 – 765. [in Russian].
8. T.R. Seetharam, K.N. Seetharamu, G.K. Sharma, Saravanan Venkatesh, Laminar forced and mixed convection heat transfer from a plane vertical isothermal surface to near-critical carbon dioxide // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2013. – V. 59. – P. 393 – 406.
9. Volchkov E.P., Makarov M.S., Sakhnov A.Yu., Heat transfer in the boundary layer with asymptotic favorable pressure gradient // Int. J. Heat and Mass Transfer. – 2012. – Vol. 55. – P. 1126 – 1132.
10. McBride B.J., Gordon S., Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications, Part II Users manual and program description // NASA reference publication 1311. – June 1996.