УДК 519.63: 532.546

СУПЕРЭЛЕМЕНТНЫЙ МЕТОД ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ ЗАЛЕЖЕЙ НЕФТИ

Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И.

Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, РФ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 13-01-00368, 13-01-97044, 13-01-97031.

АННОТАЦИЯ

В статье представлены теоретические основы и опыт практического использования оперативной трехмерной суперэлементной модели разработки нефтяных месторождений. Модель позволяет ускорить расчет двухфазной фильтрации в сотни раз за счет использования крупных расчетных ячеек – суперэлементов, число которых сопоставимо с числом скважин на месторождении. При этом достаточная точность численного решения обеспечивается за счет формулировки задачи в терминах гладких средних полей давления и насыщенности с последующим уточнением решения в окрестности скважин на локальных вложенных подробных сетках.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование разработки нефтяных месторождений предполагает решение задач фильтрации в трехмерном неоднородном пласте, вскрытом системой вертикальных и горизонтальных скважин. В настоящее время для этого применяются полномасштабные и упрощенные фильтрационные модели. В полномасштабных моделях (Roxar Tempest More, Shlumberger Eclipse др.) решается задача трехфазной фильтрации на расчетных сетках с размером ячейки порядка нескольких десятков метров по горизонтали и десятков сантиметров по вертикали. Упрощенные модели (Roxar Resview, NGT Smart и др.) строятся на укрупненных расчетных сетках и сводятся, как правило, к решению двумерных задач двухфазной фильтрации в плоскости нефтяного пласта. Первые модели сложны для использования – требуют задания большого числа параметров, а для больших месторождений, насчитывающих тысячи скважин, содержат миллионы расчетных узлов, что ограничивает их использование для многовариантных прогнозных расчетов. Кроме того, применение расчетных сеток с размером ячеек намного меньше характерного расстояния между скважинами не только повышает объем вычислительных затрат, но и приводит к необходимости управления избыточными данными в межскважинном пространстве, не поддающимися непосредственному измерению. Это на порядки усложняет процесс адаптации модели и повышает степень его неопределенности и неоднозначности. В свою очередь известные упрощенные модели позволяют сократить продолжительность расчетов, однако не позволяют учесть ряд технологических особенностей фильтрации жидкости в пласте, вызванных сложной геометрией стволов скважин (горизонтальные и боковые стволы), гидравлическим разрывом пласта и другими геолого-техническими воздействиями.

Особое внимание при выборе гидродинамической модели уделяется типу расчетной сетки, которая должна быть максимально согласована с трехмерной геологической структурой пласта. Наиболее простыми, с точки зрения реализации вычислительных алгоритмов, являются регулярные прямоугольные сетки, однако гладкие геологические тела они переводят в «ступенчатые» структуры, существенно искажая в этих областях характер фильтрационных потоков. Нерегулярные структурированные сетки способны описать произвольную форму геологических тел, однако при гидродинамических расчетах «заставляют» поток двигаться согласно своей структуре (например, для сеток типа corner point это будет ступенчатая траектория, про-

© Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И.

ходящая через преимущественно ортогональные друг другу грани расчетных ячеек). Наиболее успешное применение в развитии современных расчетных пакетов получили неструктурированные сетки (например, сетки, построенные методом серединных перпендикуляров «PEBI» и их модификации). Такие сетки позволяют согласовать форму расчетных блоков с границами геологических тел и снизить ориентационную ошибку при гидродинамических расчетах.

С целью преодоления указанных проблем при решении задач оптимизации разработки месторождений предлагается третий класс фильтрационных моделей, названный суперэлементным методом [1, 2] и сочетающий в себе основные преимущества полномасштабных и упрощенных моделей:

- используя крупные расчетные сетки с плановым размером ячеек порядка шага сетки скважин (сотни метров), сокращает на порядки продолжительность расчетов;

- обладает наиболее гибким описанием геометрической структуры геологических тел за счет использования трехмерных неструктурированных расчетных сеток;

- сохраняет достаточную детальность расчета по вертикальному сечению пласта за счет выделения суперэлементов в пределах пачек (наборов пропластков схожей геологической природы);

- упрощает процесс адаптации, исключая необходимость варьирования фильтрационно-емкостных свойств пласта в межскважинном пространстве, в котором отсутствуют фактические замеры;

- позволяет описывать детальное поведение притока флюида к скважинам произвольной геометрии за счет решения вспомогательных задач на вложенных мелких сетках (без локального измельчения крупной суперэлементной сетки, замедляющего расчеты);

- учитывает ряд геолого-технических мероприятий (гидравлический разрыв пласта, обработка призабойной зоны скважин) на этапе адаптации модели по истории разработки залежи и в прогностических расчетах;

- допускает оперативное моделирование совместной разработки нескольких пластов месторождения за счет экономичных расчетных алгоритмов (при этом исключаются ошибки условного разделения фактических показателей работы скважин по различным объектам).

Основные принципы построения суперэлементной модели разработки нефтяного месторождения представлены в настоящей работе.

РАСЧЕТНАЯ СЕТКА СУПЕРЭЛЕМЕНТОВ

При моделировании пластов со сложным геологическим строением выбор сетки является одной из наиболее сложных задач [3]. Преимущества неструктурированных расчетных сеток связаны с их большей гибкостью при описании геометрии резервуара, простотой задания граничных условий и снижением влияния ориентации сетки на численное решение [4]. В качестве подобных сеток чаще всего используется разбиение Вороного (в зарубежной литературе - PEBI сетки) [5]. Для построения сетки суперэлементов в горизонтальной плоскости используются алгоритмы центрированного разбиения, позволяющие строить преимущественно гексагональное сеточное покрытие расчетной области, при котором центры расчетных блоков совпадают с исходной сеткой опорных точек [6, 7]. Центрами триангуляции служат действующие вертикальные скважины, а также дополнительные искусственные центры, обеспечивающие близкое к равномерному покрытие площади месторождения (рис. 1).

Деление пласта на суперэлементы в вертикальном направлении проводится по границам пачек - геологических структур, содержащих набор пропластков.

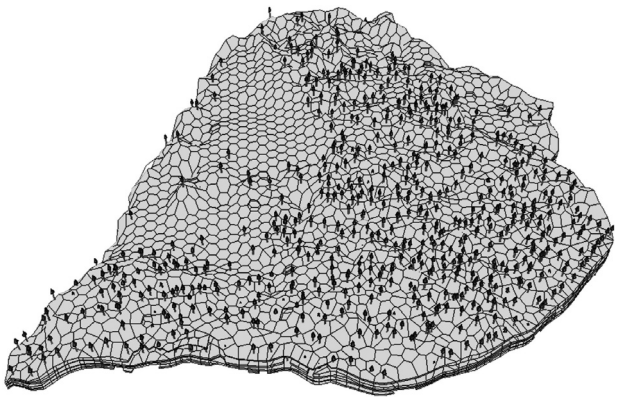

Рис.1 Пример покрытия месторождения сеткой суперэлементов.

Таким образом, суперэлементы представляют собой призмы с вертикальными гранями, в основании которых лежат выпуклые многоугольники; внутри суперэлементы имеют сложное геологическое строение и могут содержать один или несколько перфорированных участков стволов скважин.

Высокая точность численного решения вблизи геологических и технологических особенностей расчетной области (тектонические разломы, линзы, палеорусла, вертикальные, горизонтальные скважины, трещины гидроразрыва пласта) достигается за счет решения вспомогательных задач на вложенных мелких сетках (рис. 2).

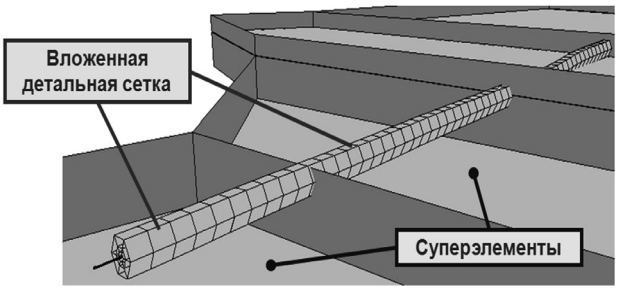

Рис.2 Расположение вложенной детальной сетки вдоль ствола скважины внутри суперэлементов.

ОПИСАНИЕ СУПЕРЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ

Метод суперэлементов, принципиально использующий для численного решения грубые сетки, основан на учете специфики поля давления в нефтяном пласте, вскрытом системой скважин. В малой окрестности скважин (в призабойной зоне порядка нескольких метров) давление сильно изменяется (его поведение близко к логарифмической особенности), а вне этой зоны давление меняется медленно. Осредненная с радиусом порядка 200-400 м функция давления, является гладкой, причем её значения и производные вдали от скважин близки к истинным значениям пластового давления и скоростей фильтрации. Такие сетки вполне достаточны для разрешения средних полей давления и насыщенности и обеспечивают значительное (в сотни раз) ускорение счета по сравнению с традиционно используемыми сетками с шагом порядка 25 - 50 м.

Математическая модель разработки нефтяного месторождения состоит из уравнения пьезопроводности для давления и уравнения для водонасыщенности двухфазного флюида без учета капиллярных и гравитационных сил:

$$\beta\frac{\partial p}{\partial t}+\operatorname{div}\mathbf{U}=0,\quad m\frac{\partial s}{\partial t}+\operatorname{div}\big(f(s)\,\mathbf{U}\big)=0,$$

где

$$\mathbf{U}=-\sigma(s)\,k(\mathbf{x})\nabla p,\quad \sigma(s)=\frac{k_w(s)+K_\mu k_o(s)}{\mu_w},$$

$$K_\mu=\frac{\mu_w}{\mu_o},\qquad f(s)=\frac{k_w(s)}{k_w(s)+K_\mu k_o(s)}.$$

Здесь t – время, $\mathbf{x}=(x,y,z)$ – декартовы координаты, p – давление в пластовом флюиде, s – водонасыщенность, m, k – пористость и абсолютная проницаемость пласта, $\mathbf{U}$ – скорость фильтрации флюида, β – упругоемкость, f – доля воды в потоке (функция Баклея-Леверетта), μ_w,μ_o – вязкости воды и нефти, k_w, k_o – относительные фазовые проницаемости (ОФП).

Общая структура осредненных по суперэлементам V уравнений пьезопроводности и водонасыщенности сохраняется:

$$\begin{cases}|V|\,\beta\dfrac{\partial\overline{p}}{\partial t}+Q=q,\\ |V|\,m\dfrac{\partial\overline{s}}{\partial t}+Q_w=q_w,\end{cases}\qquad \begin{cases}Q=\displaystyle\int_{\tilde{A}_V}U_n\,\mathrm{d}\tilde{A},\\ Q_w=\displaystyle\int_{\tilde{A}_V}f(s)\,U_n\,\mathrm{d}\tilde{A}.\end{cases}$$

Однако входящие в них коэффициенты, определяющие абсолютную проницаемость пласта, относительные фазовые проницаемости и долю воды в суммарном потоке, подлежат переопределению на основе процедуры ремасштабирования (апскейлинга). Здесь Γ_V – совокупность граней суперэлемента; q – расход флюида по находящимся в суперэлементе скважинам; q_w – расход воды по скважинам; U_n – проекция скорости потока на внешнюю нормаль к границе суперэлемента.

Величина Q определяет переток жидкости через грань Γ суперэлемента и аппроксимируется выражением

$$Q=\int_{\tilde{A}}U_n\,\mathrm{d}\tilde{A}\approx\bar{U}_n|\Gamma|,$$

$$\bar{U}_n\approx-\bar{\sigma}\,\overline{k\nabla p}\cdot\mathbf{n}\approx-\bar{\sigma}\,\mathbf{K}\cdot\nabla\overline{p}\cdot\mathbf{n}=-\mathbf{k}\,\bar{\sigma}\nabla\overline{p},$$

где $|\Gamma|$ – площадь грани суперэлемента, **K** – тензор абсолютной проницаемости, описывающий внутреннюю геологическую неоднородность суперэлемента и вычисляемый при апскейлинге трехмерного поля скалярной проницаемости $k(\mathbf{x})$; $\bar{\sigma}$ – среднее значение гидропроводности на грани:

$$\bar{\sigma} = 2\Sigma_1\Sigma_2/(\Sigma_1+\Sigma_2),\ \ \Sigma_i = \Sigma(\bar{s}_i).$$

Функция $\Sigma(\bar{s})$ является аналогом функции $\sigma(s)$ в масштабах суперэлемента и подлежит определению в результате решения задачи апскейлинга ОФП.

Для аппроксимации потока воды

$$Q_w \approx \bar{f}\bar{U}_n|\Gamma_V|$$

рассчитывается величина $F(\bar{s}) = \overline{f(s)}$ на грани суперэлемента, вычисляемая по модифицированной функции Баклея-Леверетта $F(s)$ в масштабах суперэлемента, построенной также при решении задачи апскейлинга ОФП.

Задачи ремасштабирования абсолютной проницаемости для суперэлементов решаются на мелкой сетке с применением многосеточного метода и параллельных алгоритмов на платформе NVIDIA CUDA. Апскейлинг ОФП основывается на принципе эквивалентности фазовых потоков через исходный слоистый пласт и гомогенизированный однородный. При реализации распределения водонасыщенности по пропласткам используется детерминированный подход, учитывающий последовательность обводнения слоев различной проницаемости.

Консервативность сеточной схемы обеспечивается применением метода конечных объемов для нелинейных уравнений с тензорными коэффициентами [7].

Построение низкодиссипативных сеточных аппроксимаций гиперболического уравнения переноса насыщенности приобретает особую важность при использовании грубых расчетных сеток. Традиционные противопотоковые схемы первого порядка обладают большой схемной вязкостью и существенно искажают движение фронтов вытеснения нефти водой (приводят к их «размазыванию»). Для устранения этого эффекта используется метод TVD в его алгебраической форме [8] в сочетании с оригинальным подходом к коррекции движения фронта насыщенности, основанным на аналитической теории [2].

Учет в суперэлементном расчете горизонтальных скважин, боковых стволов, гидравлического разрыва, тектонических блоков осуществляется решением вспомогательных задач на вложенных подробных сетках, описывающих детальное поведение фильтрационных потоков и сложную геологическую структуру пласта. Такой подход существенно повышает вычислительную экономичность модели, поскольку в суперэлементной модели использование вложенных мелких сеток не предполагает локального измельчения внешней сетки суперэлементов, а вспомогательные задачи решаются только по мере необходимости (например, задача о распределении потоков решается лишь при изменении режима работы скважины, интервалов ее перфорации или при значительном изменении внешних полей давления и насыщенности). Кроме того, размеры ячеек вложенных сеток могут иметь порядок сантиметров (например, вблизи ствола скважин), что обеспечивает значительно более высокую точность расчетов в сравнении с традиционными гидродинамическими моделями.

Математически задача о распределении заданного суммарного дебита вдоль ствола скважины сводится к задаче с нелокальными граничными условиями, решение которой основано на представлении искомого поля в виде линейной комбинации двух вспомогательных функций, каждая из которых удовлетворяет локальным граничным условиям. Задача решается численно методом конечных объемов на вложенной подробной сетке, построенной вдоль ствола скважины (рис. 2).

Разработана новая упрощенная математическая модель двухфазной фильтрации в окрестности трещины гидравлического разрыва пласта (ГРП). Предлагается безразмерная формулировка задачи, в которой трещина ГРП представлена плоским разрезом в расчетной области, а приток определяется двумя критериями подобия, отвечающими за проводимость и размер трещины. Математическая постановка задачи содержит нелокальное граничное условие и решается численно на локально измельченной сетке. Аналогичный подход применяется и для расчета фильтрационных потоков в окрестности тектонических нарушений пласта типа сброса и сдвига.

В большинстве случаев системы сеточных уравнений решаются итерационным ал-

гебраическим многосеточным методом [9]. Для обращения плохообусловленных несимметричных матриц (в задачах о гидроразрыве и тектоническом разломе) применяется прямой метод QR-факторизации [10].

Для интегральной адаптации модели оказывается достаточным использование грубой суперэлементной сетки. При необходимости (прогноз эффективности различных мероприятий, детализация выработки запасов в объеме пласта) суперэлементный расчет может быть уточнен на локально измельченных расчетных сетках (рис. 3).

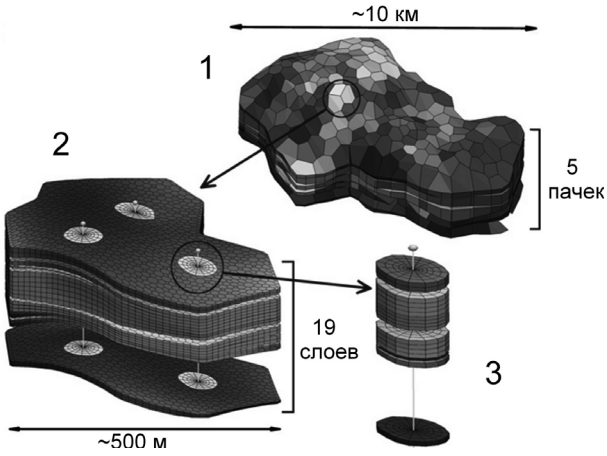

Рис.3 Схема построения локального измельчения (2) сетки суперэлементов (1) в области, требующей уточнения расчетов в окрестности скважин (3).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СУПЕРЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ

Применение суперэлементной фильтрационной модели разработки нефтяного месторождения состоит из нескольких этапов:

1) построение геологической модели месторождения (выделение геологических тел, пачек пропластков, построение полей фильтрационно-емкостных свойств коллектора на детальной геологической сетке);

2) построение промысловой базы данных (набор скважин, режимы их работы, инклинометрия скважин, данные по интервалам перфорации, результаты гидродинамических исследований скважин);

3) построение модели насыщения (начальное распределение водонасыщенности в объеме пласта);

4) построение сетки суперэлементов;

5) апскейлинг фильтрационных параметров пласта на масштабы выделенных суперэлементов;

4) адаптация модели (уточнение параметров) с помощью решения задачи фильтрации суперэлементным методом и воспроизведения истории разработки месторождения;

5) прогноз разработки залежи по набору интересующих сценариев для поиска оптимальных вариантов.

Ниже представлен пример воспроизведения истории разработки нефтяного пласта методом суперэлементов. Месторождение насчитывало 623 скважины, двумерное разбиение содержало 1 873 ячейки со средним плановым размером 500 м. По четырем пачкам пропластков было выделено 7 573 суперэлемента (с дополнительным разделением вдоль поверхности водонефтяного контакта). Время воспроизведения 55 лет истории разработки месторождения составило 80 секунд при конфигурации компьютера AMD Athlon™ 64 X2, DualCore, 1.79 ГГц, 1.87 ГБ ОЗУ. На рис. 3 продемонстрирована динамика заводнения пласта в виде карт текущей нефтенасыщенности и представлены графики накопленных показателей разработки пласта – добычи нефти и жидкости.

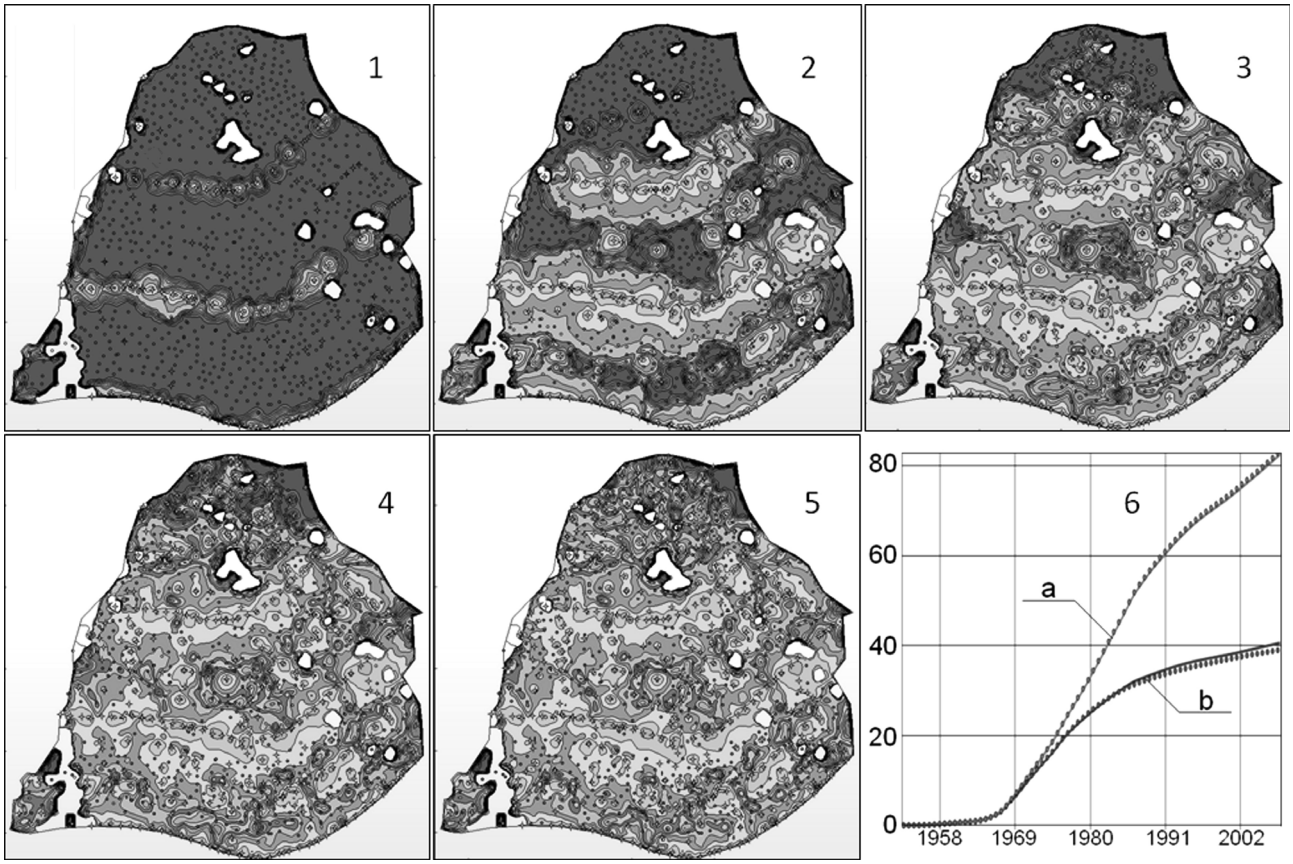

Рис.4 Результаты суперэлементного расчета процесса заводнения нефтяного пласта: 1-5 – распределение текущей нефтенасыщенности с шагом 10 лет (более темные участки соответствуют большей величине нефтенасыщенности); 6 – интегральные по месторождению фактические (маркеры) и расчетные (линии) накопленные отборы жидкости (a) и нефти (b) (млн. куб. м.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен новый метод суперэлементного моделирования разработки нефтяных месторождений, позволяющий в сотни раз ускорить гидродинамический расчет за счет использования крупной суперэлементной сетки без потери точности.

Используемые в суперэлементной модели расчетные алгоритмы решения задач фильтрации опираются на современные идеи, такие как TVD-подход для описания продвижения фронтов насыщенности, нелокальные граничные условия при формулировке задач распределения дебитов вдоль скважины и трещины гидроразрыва пласта, алгебраический многосеточный метод решения системы сеточных уравнений, что обеспечивает мировой уровень ее эффективности.

Апробация модели на реальных нефтяных месторождениях и сравнение результатов численного моделирования с соответствующими результатами, полученными с применением традиционных моделей на мелких сетках, подтверждают широкие возможности и перспективы применения суперэлементной модели для оперативных расчетов.

В суперэлементную модель заложены возможности моделироваия геолого-технических мероприятий на скважинах, расчет фильтрации в окрестности произвольно ориентированных стволов скважин, трещин гидравлического разрыва пласта, тектонических разломов, выделенных геологических тел. Для этого в каждом случае применяются вспомогательные мелкие сетки и решаются соответствующие математические задачи. Описанию этих задач планируется посвятить отдельные публикации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мазо А.Б. Суперэлементы. Новый подход к моделированию разработки нефтяных месторождений / А.Б. Мазо, Д.В. Булыгин // Нефть. Газ. Новации. – 2011. – № 11. – С. 6-8. Mazo, A.B. and Bulygin, D.V. (2011), "Super elements. New approach to modeling the development of oil reservoirs", *Neft, Gas, Novatsii*, no. 11, pp. 6-8.
2. Мазо А.Б. Моделирование разработки нефтяных месторождений методом суперэлементов / А.Б. Мазо, К.А. Поташев, Е.И. Калинин, Д.В. Булыгин // Математическое моделирование. – 2013. – № 8, С. 83-87. Mazo, A.B., Potashev, K.A., Kalinin, E.I. and Bulygin, D.V. (2013), "Modeling the development of oil reservoirs by a method of super elements", *Matematicheskoe modelirovanie*, no. 8, pp. 83-87.
3. Aziz, K. (1993), "Reservoir simulation grids: opportunities and problems", *Journal of Petroleum Technology,* Vol. 45, no. 7, pp. 658-663.
4. Heinemann, Z.E., Brand, C., Munka, M. and Chen, Y.M. (1991) "Modeling reservoir geometry with irregular grids", *Soc. of Petroleum Engineers Reservoir Engineering*, Vol. 6, no. 2, p. 225-232.
5. Palagi, C.L. and Aziz, K. (1991) "Use of Voronoi grid in reservoir simulation" *Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Vol. Sigma, p. 77-92.
6. Du, Q., Faber, V. and Gunzburger, M. (1999), "Centroidal voronoi tessellations: Applications and algorithms", *SIAM Review*, Vol. 41, pp. 637-676.
7. Никитин Н.Г. Нелинейный метод конечных объёмов для задач двухфазной фильтрации / Н.Г. Никитин // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 11, С. 131-147. Nikitin, N.G. (2010), "Nonlinear finite volume method for problems of two-phase flow in porous media", *Matematicheskoe modelirovanie*, Vol. 22, no. 11, pp. 131-147.
8. Kuzmin, D., Moller, M. and Turek, S. (2003), "High-resolution FEM-FCT schemes for multidimensional conservation laws", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 42, pp. 265-295.
9. Демидов Д. Е., Егоров А. Г., Нуриев А. Н. Решение задач вычислительной гидродинамики с применением технологии NVIDIA CUDA // Физико-математические науки, Учен. зап. Казан. гос. унта. 2010. Т. 152, кн.1. С. 142–154.
10. Davis, T.A. (2011), "Algorithm 915: SuiteSparseQR: Multifrontal multithreaded rank-revealing sparse QR factorization", *ACM Transactions on Mathematical Software* Vol 38, number 1.

© Мазо А.Б., Поташев К.А., Калинин Е.И.