УДК 66.01/07(075.8):532.533

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ И ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СМЕШАННОЙ КОНВЕКЦИИ ГЕТЕРОГЕННОЙ ЖИДКОСТИ С ДИСПЕРСНЫМИ ЧАСТИЦАМИ В КАНАЛЕ С ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ

Баранов Е.Р., Некрасов А.К.

Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ), Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Методом конечных разностей исследованы гидродинамика, теплообмен и движение частиц дисперсной фазы при смешанной конвекции неоднородной гетерогенной жидкости в канале с тепловыделяющим элементом. В основе метода, применяемого при численном исследовании, лежит подход, основанный на совместном решении векторного уравнения движения дисперсной частицы, записанного в лагранжевой системе координат, с уравнениями движения сплошной несущей среды, записанными в эйлеровой системе координат. Двухмерная постановка задачи движения несущей вязкой несжимаемой жидкости при смешанной неизотермической конвекции в канале выполнена в приближении Обербека-Буссинеска на основе системы нестационарных уравнений Навье-Стокса, энергии и неразрывности, которая решалась в переменных «вихрь-функция тока-температура» конечно-разностным методом переменных направлений.

Выявлена существенная зависимость от ориентации канала относительно вектора силы тяжести, обусловленная в неизотермических условиях действием свободной термогравитационной конвекции, на зависимость интенсивности теплоотдачи на поверхности тепловыделяющего элемента, поля скорости и температуры несущей дисперсионной фазы и характер траекторий движения дисперсных частиц.

ВВЕДЕНИЕ

В природе, технике и различных технологиях широко распространены потоки неоднородных многофазных сред с различного рода частицами [1,2]. Во многих случаях движение таких потоков дисперсных сред вызывается тепловыми и механическими воздействиями, которые усложняют гидродинамику и оказывают существенное влияние на интенсивность протекающих в этих гетерогенных средах тепло- и массообменных процессов и химических превращений. При исследовании таких многофазных сред одной из важнейших является проблема нестационарного динамического взаимодействия между дисперсной фазой и несущей вязкой несжимаемой сплошной средой при их относительном движении в, как правило, неоднородных по пространству и переменных во времени полях скорости, температуры и концентрации [3,4].

Целью работы является численное моделирование гидродинамики и теплообмена в широко распространенном в различных технических приложениях (каналы охлаждения в электронных приборах, каналы в теплообменниках различных типов, вентиляционных установках и т.д.) плоском канале, с находящимся в нем тепловыделяющим элементом. Исследовано влияние на течение в таком канале неоднородной гетерогенной жидкости с дисперсными частицами, а также на относительное движение дисперсных частиц и на характер их осаждения на стенках канала взаимодействия естественной и вынужденной конвекции при различной ориентации канала относительно направления вектора силы тяжести.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РЕШЕНИЯ

В работе рассмотрены гидродинамика и теплообмен при движении неоднородной многофазной гетерогенной среды с дисперсными сферическими частицами, в условиях смешанной конвекции в плоском канале с тепловыделяющим элементом.

Рассматривается случай малой объемной концентрации частиц. Поэтому динамическое и тепловое влияниие дисперсных частиц на несущую среду, а также взаимодействие частиц между собой и со стенками канала не учитывали.

Расчетная область (рис.1), рассматриваемая в работе, представляет собой плоский канал высотой H и длиной L с каверной, в которой установлен тепловыделяющий элемент. В канале движется неоднородная гетерогенная среда, представляющая собой смесь вязкой несжимаемой несущей жидкости плотностью ρ_1 и полидисперсных сферических твердых частиц диаметром d_{pn} с плотностью ρ_{2n}, где n-номер частицы. Профили скорости V_{10} и температуры T_{10} несущей среды на входе в канал однородные. Сферические частицы на входе в канал, в общем случае, могут иметь скорость отличную от скорости несущей жидкости V_{20n}. В начальный момент времени гетерогенная среда в канале имеет однородную температуру T_0. Для несущей жидкости внутри канала на стенках выполняются условия прилипания и непротекания, в соответствие с которыми, все компоненты вектора скорости на них равны нулю, т.е. $\mathbf{V}_{1w}=0$. На выходе из канала для несущей жидкости градиенты по оси y для компонентов скорости $\mathbf{V}_1$ и температуры T_1 равны нулю. Стенки канала теплоизолированные, а стенки тепловыделяющего элемента поддерживаются при постоянной по времени и однородной по поверхности температуре T_w.

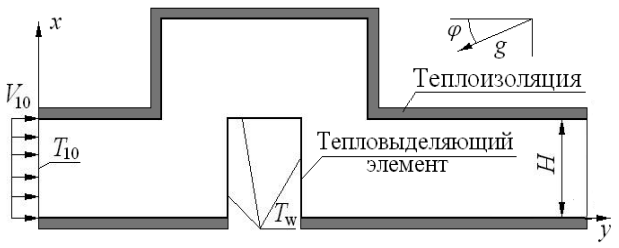

Рис.1 Расчетная схема с тепловыми граничными условиями.

При моделировании относительного движения дисперсных частиц и несущей жидкости принималось, что в зависимости от параметров частиц и соотношения между действующими на них силами вязкости, тяжести, Архимеда и инерции частицы могут достигать боковых стенок или оставаться взвешенными в объеме канала при захвате частиц потоком несущей среды. Считалось, что достигающие стенок частицы не возвращаются в поток, поэтому траектории таких частиц рассчитывались только до первого касания ими стеноки канала.

Для нахождения абсолютной и относительной скорости дисперсных частиц и определения траекторий их движения в неоднородной гетерогенной среде применен метод, основанный на совместном решении уравнений для несущей среды, записанных в переменных Эйлера, и уравнения для дисперсной частицы, записанного в переменных Лагранжа. Этот метод подробно изложен в работе [5] и успешно применен для моделирования относительного движения фаз в дисперсных потоках с частицами, как при естественной [5], так и при вынужденной [6] конвекции.

Описание ламинарного движения вязкой несжимаемой несущей среды при смешанной (естественной и вынужденной) конвекции выполнено в приближении Обербека-Буссинеска [7]. Относительно соответствующих масштабов (для пространства - H; для скорости – V_{10}; для времени - H/V_{10}; для давления - $r_1 v^2/H^2$; для температуры - $J_w = T_w - T_0$) векторная запись системы безразмерных уравнений имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{V}_1}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \mathbf{V}_1 = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}} \Delta \mathbf{V}_1 + \mathbf{n} \frac{\mathrm{Gr}}{\mathrm{Re}^2} \theta , \quad (1)$$

$$\mathrm{div}\mathbf{V}_1 = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}} \Delta \theta , \quad (3)$$

где: $\mathbf{V}_1$, t, p – соответственно безразмерные вектор скорости несущей среды, время и давление; $\mathrm{Re} = V_{10}H/\nu$ – критерий Рейнольдса; $\mathrm{Gr} = gH^3 J_{10} b_T/\nu^2$ – критерий Грасгофа; ν – коэффициент кинематической вязкости, м^2/с; g – ускорение свободного падения, м/с^2; b_T – коэффициент термического расширения, 1/К; $\mathbf{n}$ – единичный вектор направления силы тяжести; $\mathrm{Pr} = \nu/a$ – критерий Прандтля; $q = J_1/J_w$ – безразмерная температура; $J_1 = T_1 - T_0$ – относительная температура несущей среды, К; a – коэффициент температуропроводности, м^2/с.

Скорость $\mathbf{V}_{2n}$ n-ой дисперсной сферической частицы массой m_n и диаметром d_{pn}, движу-

щейся в неоднородном поле скорости вязкой несжимаемой несущей среды, в общем случае находится из решения уравнения движения, которое в переменных Лагранжа имеет вид [2,3]

$$m_n \frac{d\mathbf{V}_{2n}}{d\tau} = -0.5\,C_n\,\pi r_{pn}^2 \rho_1 w_n^2 \mathbf{e}_n + \mathbf{F}_n\,, \quad (4)$$

$n=1\ldots N_p$,

где: t – время, с; C_n – коэффициент сопротивления; $r_{pn} = d_{pn}/2$ – радиус частицы, м; $w_n = |\mathbf{V}_{reln}|$ – модуль вектора относительной скорости частицы, м/с; $\mathbf{e}_n = \mathbf{i}\times\cos\alpha_n + \mathbf{j}\times\sin\alpha_n + \mathbf{k}\times 0$ – единичный вектор направления относительной скорости; $\mathbf{F}_n$ – вектор массовой силы, равной сумме силы тяжести и подъемной силы Архимеда; α_n – угол поворота от оси координат x до направления единичного вектора $\mathbf{e}_n$ относительной скорости частицы; n–номер частицы; N_p– число частиц.

Коэффициент сопротивления C_n в уравнении (4), зависит от относительной скорости движения частиц, свойств несущей среды и геометрических характеристисамих частиц вычислялся по известным соотношениям [1,3].

Вектор скорости дисперсной частицы $\mathbf{V}_{2n}$ представляется в виде суммы векторов скоростей сплошной среды $\mathbf{V}_1$ и относительной скорости частицы $\mathbf{V}_{reln}$

$$\mathbf{V}_{2n} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_{reln}\,. \quad (5)$$

Вектор относительной скорости можно выразить через модуль вектора относительной скорости $w_n = |\mathbf{V}_{reln}|$ и угол α_n

$$\mathbf{V}_{reln} = (w_n \cos\alpha_n,\ w_n \sin\alpha_n) = w_n\,\mathbf{e}_n. \quad (6)$$

В работе [4] показано, что для определения относительной скорости частицы, векторное уравнение (4) приводится к системе из двух обыкновенных дифференциальных скалярных уравнений первого порядка с двумя неизвестными w_n и α_n. Взаимодействие частиц с несущей средой учитывается через входящие в них известные локальные компоненты поля скорости несущей среды U, V, его дифференциальные характеристики $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ и характеристики самой частицы. Конкретный вид уравнений и выражения для входящих в них компонентов в декартовой системе координат приведены в [4].

Текущие координаты $x_n(t)$ и $y_n(t)$ положения n-ой дисперсной частицы на ее траектории движения, при известных в начальный момент времени начальных координатах x_{0n} и y_{0n} и найденных значениях U, V, w_n и α_n определяются из уравнений

$$\frac{dx_n}{d\tau} = U + w_n \cos\alpha_n\,, \quad (7)$$

$$\frac{dy_n}{d\tau} = V + w_n \sin\alpha_n\,. \quad (8)$$

Таким образом, для определения текущих координат $x_n(t)$ и $y_n(t)$ положения дисперсных частиц в несущей жидкости при ее нестационарном движении необходимо совместно решать систему уравнений (1)–(3), системы скалярных уравнений для частиц с искомыми величинами w_n и α_n, входящими в уравнения (7) и (8).

Для дальнейшего решения задачи система уравнений (1)–(3), дополненная соответствующими краевыми условиями, записывалась в переменных вихрь–функция тока–температура.

Для численного конечно-разностного решения задачи на введенных разностных сетках узлов по пространству и времени система полученных уравнений для несущей среды аппроксимировалась неявной локально-одномерной разностной схемой.

Полученные системы трехдиагональных разностных уравнений для вихря, функции тока и температуры решались итерационным экономичным методом переменных направлений с применением метода прогонки [7,8].

Системы обыкновенных дифференциальных обезразмеренных уравнений для каждой n-ой дисперсной частицы с искомыми величинами w_n и α_n, записывались в конечно-разностном виде и на каждом шаге по времени решались методом Ньютона.

Для решения сформулированной задачи на алгоритмическом языке Фортран-90 в среде Compaq Visual Fortran разработана оригинальная программа для ЭВМ, позволяющая визуализировать результаты моделирования на экране цветного дисплея (полей вихря, функции тока, температуры, компонентов вектора скорости и скорости несущей среды, векторного поля скорости несущей среды и траекторий движущихся частиц).

Блоки программы, предназначенные для расчета параметров несущей вязкой несжимаемой жидкости, протестированы на подобных задачах, решения которых приведены в [7,8] в других источниках.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рисунках, приведенных ниже, представлены некоторые результаты моделирования динамики дисперсных частиц при смешанной конвекции в плоском канале при различных ориентациях канала относительно направления вектора силы тяжести. Приведенные результаты расчетов получены при Pr=0.7. На рис. 2 представлено векторное поле скорости несущей жидкости при Re=50 и Gr=2 $\cdot 10^4$. Видно, что в углах канала у тепловыделяющего элемента конструкции имеются вихревые области, которые появляются при расположении канала под углом φ=90° к вектору силы тяжести.

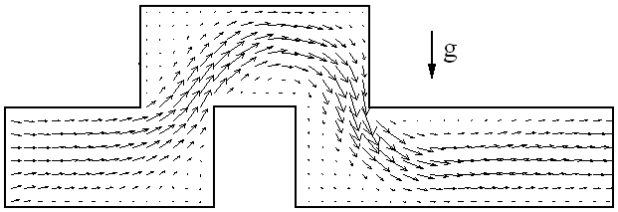

Рис.2 Векторное поле скорости.

Такие изменения гидродинамики потока вблизи поверхности тепловыделяющего элемента приводят к изменению температурного поля в жидкости и к изменению интенсивности конвективного теплообмена на его поверхностях. На рис. 3 приведено рассчитанное температурное поле в канале при φ=90°.

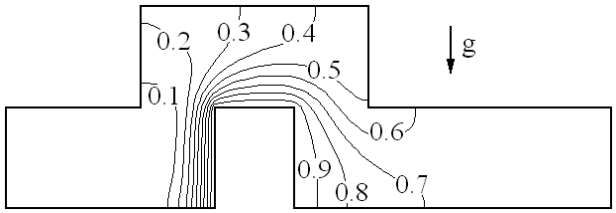

Рис.3 Изотермы температурного поля в канале при Re=25 и Gr=5·10^4.

Интенсивность конвективного теплообмена на стенках тепловыделяющего элемента оценивалась по значению локального критерия Нуссельта, определяемого по формуле Nu = q/q_t (где q –местный поток тепла на стенке, Вт/м^2, в нашем случае он вычисляется по формуле q= $|-\lambda_1(\partial J_1/\partial n)|$; n – местная нормаль к поверхности; $q_t=J_w/(H/\lambda_1)$ – поток тепла, переносимый жидкостью к стенке за счет только теплопроводности, Вт/м^2; λ_1 – коэффициент теплопроводности несущей жидкости, Вт/(м·К)). Результаты предварительных вычислений при рассмотренных величинах критериев Рейнольдса, Грасгофа и Прандтля показали, что интенсивность теплоотдачи в этих условиях сильно зависит от ориентации канала в гравитационном поле. Изменение локальных значений числа Нуссельта на боковых стенках тепловыделяющего элемента достигают 20 %, а на верхней поверхности более 100 %.

Ниже приведены результаты моделирования движения частиц в потоке несущей жидкости для соотношения плотностей несущей жидкости и дисперсных частиц ρ_1/ρ_{2n}=0.0005. Расчеты проведены для случая движения трех частиц с одинаковой плотностью ρ_2 с диаметрами d_{p1}=150 мкм, d_{p2}=100 мкм и d_{p3}=50 мкм. Так как траектории движения частиц при прочих равных параметрах зависят от начальных координат движения, поэтому для сравнения траекторий движения трех разных частиц они начинали движение с нулевой начальной скоростью V_{20n} = 0.0 из одной точки с безразмерными координатами x_0 = 0.25 и y_0 =0.1. Расчет движения частиц начинался при установлении стационарного течения несущей среды, когда поля скорости и температуры в канале переставали зависеть от времени. На рис. 4 приведены тректории движения дисперсных частиц при вынужденном движении дисперсной жидкости снизу вверх (φ=0°).

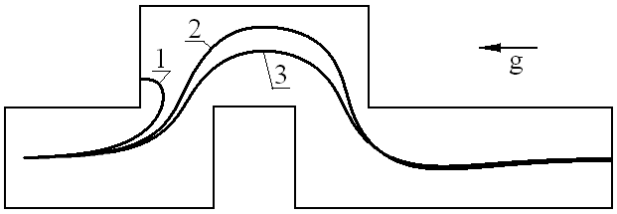

Рис.4 Траектории движения частиц при φ=0°.

Видно, что частица 1, имеющая наибольший диаметр, а, следовательно, и наибольшую массу, при обходе тепловыделяющего элемента, когда продольная компонента вектора скорости движение несущей среды уменьшается, осаждается на стенке каверны. Это обусловлено тем, что в этом месте течения сила тяжести, связанная с массой частицы, больше силы сопротивления при относительном движении

несущей жидкости и дисперсной частицы, определяющей захват частицы несущей средой. Именно сила сопротивления частицы, зависящая от диаметра частицы и величины относительной скорости движения частиц и несущей среды, вынуждают частицу двигаться в одном направлении вместе с основным потоком.

Движение дисперсной среды в канале сверху вниз, т.е. при $\varphi=180^o$ характеризуется более высокой скоростью движения частиц относительно несущей среды. Влияние несущей среды на движение частиц проявляется в основном при резких поперечных перемещениях в поворотах в каверне сопровождаемых резким ускорением потока и увеличением относительной скорости.

На рис. 5 показаны варианты траекторий частиц при поперечном направлении вектора силы тяжести к направлению движения потока жидкости в канале ($\varphi=90^o$). Тяжелые частицы 1 и 2 с большими диаметрами под действием силы тяжести быстро осаждаются на стенках канала. Это связано, прежде всего, с тем, что поперечная составляющая относительной скорости частицы не обеспечивает достаточной для захвата частицы несущей средой силы сопротивления. Более выраженно это проявляется в пристенной области, в которой скорость движения несущей жидкости сильно уменьшается вследствие влияния стенок канала.

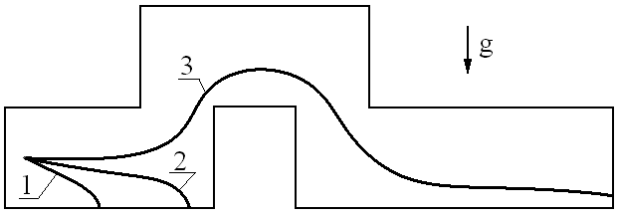

Рис.5 Траектории движения частиц при $\varphi=90^o$, Re=50, Gr=$2\cdot10^4$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выявлена существенная зависимость от ориентации канала относительно направления вектора силы тяжести, обусловленная в неизотермических условиях действием свободной конвекции, на зависимость интенсивности теплоотдачи на поверхности тепловыделяющего элемента, поля скорости и температуры несущей дисперсионной фазы и характер траекторий движения дисперсных частиц. Проведенные исследования показывают, что при расчетах конвективного теплообмена в рассмотренных условиях необходимо учитывать взаимодействие вынужденного и свободного движения несущей среды, на интенсивность которого значительное воздействие оказывает ортентация канала относительно вектора силы тяжести.

ЛИТЕРАТУРА

1. Райст П. Аэрозоли. Введение в теорию: Пер. с англ. - М.: Мир, 1987. -280 С. Reist, P. (1987). *Aerozoli: vvedenie v teoriu* [Introduction to Aerosol science], Mir.
2. Crowe, C., Sommerfeld, M., Tsuji, Y. Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press, 1998. -480 P.
3. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред/ Р.И. Нигматулин - М.: Наука, 1978. - 336 С. Nigmatulin, R.I. (1978). *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred* [Foundations of mechanics of heterogeneous media], Nauka, Moskow, USSR.
4. Волков К.Н. Течения газа с частицами/ К.Н. Волков, В.Н. Емельянов – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. -600 С. Volkov, K.N. and Emelyanov, V.N. (2008). *Techeniya gaza s chasticami* [Particle Laden Flows], Fizmatlit, Moskow, Russia.
5. Холпанов Л.П. Математическое моделирование динамики дисперсной фазы/ Л.П. Холпанов, Р.И.Ибятов // Теоретические основы химической технологии. 2005. - Т. 39, № 2. С. 206–215. Kholpanov, L.P. and Ibyatov, R.I. (2005). *Matematicheskoe modelirovanie dinamiki dispersnoy fazy* [Mathematical modeling of dispersed phase dynamics] // Theor. Found. of Chem. Eng., vol. 39, №2, pp.206-215
6. Некрасов А.К. Математическое моделирование гидродинамики и теплообмена в реакторе плазмотрона при высокотемпературной обработке дисперсных материалов/ А.К. Некрасов, Л.П. Холпанов // Письма в журнал технической фи-

зики. 2010. - Т. 36. Вып. 17. С. 78-86. Nekrasov, A.K. and Kholpanov, L.P. (2010). *Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamiki i teploobmena v reaktore plazmotrona pri visokotemperaturnoy obrabotke dispersnykh materialov* [Mathematical modeling of hydrodynamics and heat transfer in plasmatron reactor with high-temperature processing of dispersed material] // Tech. Phys. Letters, vol. 36, issue 17, pp. 78-86.

7. Пасконов В. М. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена/В. М. Пасконов, В. И. Полежаев, Л. А. Чудов -М.: Наука, 1984. -288 С. Paskonov, V.M., Polezaev, V.I. and Chudov, L.A. (1984). *Chislennoe modelirovanie processov teplo- i massoobmena* [Numerical studying of heat and mass transfer processes], Nauka, Moskow, USSR.

8. Андреев В.К.Современные математические модели конвекции/ В.К. Андреев, Ю.А. Гапоненко, О.Н. Гончарова, В.В. Пухначев–М.:ФИЗМАТЛИТ,2008.-368С. |Andreev, V.Л., Gaponenko, U.A., Goncharova, O.N. and Pukhnachev, V.V. (2008). *Sovremennye matematicheskie modeli konvekcii* [Novel mathematical models of convection], Fizmatlit, Moskow, Russia.