УДК 534.413; 536.461; 536.464

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА DMD ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОД ГЛОБАЛЬНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В СИЛЬНОЗАКРУЧЕННОМ ПЛАМЕНИ

Абдуракипов С.С., Дулин В.М., Маркович Д.М., Чикишев Л.М.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия
Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия

Работа была выполнена при финансировании Правительства Российской Федерации (грант № 11.G34.31.0046 для поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах). Часть исследований выполнена в рамках междисциплинарного интеграционного проекта СО РАН № 24.

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена экспериментальному исследованию динамики, пространственной формы и интенсивности когерентных вихревых структур (КВС) в сильнозакрученном пропано-воздушном пламени. Показана эффективность метода Dynamic Mode Decomposition (DMD) в определении мод глобальной неустойчивости турбулентного потока из последовательностей полей мгновенной скорости, измеренных методом Particle Image Velocimetry (PIV) с высокой частотой съемки. Приведено сравнение результатов изотермического и реагирующего течений. Как в первом, так и во втором случае обнаружена мода глобальной неустойчивости в форме прецессирующего вихревого ядра (ПВЯ), определяющая динамику потока. Для пламени имели место низкочастотные осцилляции объема внешнего воздуха, вовлекаемого в пламя, соответствующие глобальной моде неустойчивости, вызванной действием на пламя сил плавучести.

На основе низкоразмерной реконструкции из DMD была восстановлена трехмерная пространственная структура и динамика интенсивных спиралевидных КВС внутри зоны рециркуляции и во внешнем слое смешения.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование свойств и характеристик турбулентных течений необходимо для решения многих фундаментальных и технических задач. Общеизвестно, что крупномасштабные вихревые структуры (КВС), формирующиеся в сдвиговых турбулентных течениях, в существенной степени определяют интенсивность процесса тепломассопереноса в таких потоках. Однако нелинейная природа движения жидкости и газа делает чрезвычайно сложной проблему описания динамики КВС в турбулентных потоках, представляющих собой нелинейные стохастические динамические системы со многими степенями свободы. Анализ возможности управления такими системами, описывающимися нелинейными уравнениями гидромеханики, является еще более сложной задачей. Это объясняет возросший интерес к использованию методов понижения размерности динамических стохастических систем методами линейной алгебры для выявления закономерностей определяющих динамику и свойства турбулентных течений. Помимо используемого в гидромеханике уже 30 лет метода главных компонент (Proper Orthogonal Decomposition, POD [1]), рост вычислительных мощностей сделал возможным аппроксимацию мод оператора Купмана из последовательности полей скорости (Dynamic Mode Decomposition, DMD [2]), что позволяет не только исследовать устойчивость потока, но и предсказывать его динамику.

Закрутка потока является эффективным способом управления реагирующими струйными течениями. Интенсивная закрутка потока, приводящая к распаду вихревого ядра (РВЯ) и образованию приосевой зоны рециркуляции, наиболее часто используется в горелочных устройствах для стабилизации пламени [3]. В случае сильной закрутки течение характеризу-

ется развитием глобальной спиральной моды неустойчивости потока, сопроваждающейся прецессирующим вихревым ядром (ПВЯ) [4]. Хотя интенсивные турбулентные флуктуации, вызванные крупномасштабными спиралевидными вихрями, интенсифицируют тепло- и массообмен между свежей и сгоревшей смесью в области возвратного течения, что является благоприятным фактором при стабилизации пламени, гидродинамическая неустойчивость течения представляет опасность из-за возможности возникновения резонанса с акустическими модами камеры сгорания.

Этот контекст объясняет актуальность исследования динамики и пространственной структуры, а также понимания взаимодействующих конкурирующих динамических механизмов, возникающих в закрученных реагирующих потоках и определяющих их эволюцию. Информация о характеристиках закрученных течений и, прежде всего, о частотах возникающих неустойчивостей необходима для разработки и совершенствования горелочных устройств.

Целью данной работы являлось экспериментальное исследование динамики и пространственной структуры КВС, ассоциирующихся с модами глобальной неустойчивости, в сильнозакрученном поднятом пламени с использованием современных подходов для анализа турбулентных течений Particle Image Velocimetry (PIV) и Dynamic Mode Decomposition (DMD).

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

В данной работе экспериментальное исследование было проведено методом PIV на открытом горелочном стенде, состоящем из насоса, ресиверной камеры, расходомеров, системы засева потока трассерными частицами TiO_2 (средний размер 1 мкм), соплового блока и вытяжки, находящейся на расстоянии более 2 метров от сопла. Для организации пламени пропано-воздушная смесь подавалась через сопло Витошинского с выходным диаметром d = 15 мм. Число Рейнольдса, построенное на базе диаметра d, среднерасходной скорости U_0 = 5,6 м/с и кинематической вязкости воздуха, равнялось Re = 6000. Закрутка потока организовывалась лопаточными завихрителями [5], а число крутки S, определяемое на базе их геометрических параметров, равнялось 1,0. Коэффициент стехиометрии (избытка топлива) пламени, определявшийся как отношение мольной доли топлива в подаваемой из сопла смеси к мольной доле для стехиометрической смеси, с учетом 21 % объемного содержания кислорода в воздухе, равнялся Ф = 2,5. Для измерения трехкомпонентных полей мгновенной скорости в продольной плоскости использовалась скоростная PIV система «ПОЛИС» в стереоскопической конфигурации, состоящая из сдвоенного импульсного Nd:YLF лазера «Pegasus PIV» и двух КМОП камер «PCO 1200hs» (с опцией двухкадровой съемки). Система управлялась синхронизирующим процессором и компьютером с программным обеспечением ActualFlow [6]. Частота съемки составляла 770 Гц. Режим работы системы соответствовал паре вспышек лазера с задержкой 40 мкс, время экспозиции каждого кадра составляло 100 мкс. Поле скорости рассчитывалось с использованием адаптивного итерационного кросскорреляционного алгоритма [7]. Для данного режима горения было измерено 2400 полей мгновенной скорости во время четырех независимых запусков. Подробное описание экспериментального стенда и алгоритмов обработки можно найти в работе [5].

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА DMD

Подробное описание метода Dynamic Mode Decomposition в контексте исследования динамики и структуры турбулентных потоков представлены в работе [2]. Здесь мы ограничимся лишь кратким описанием алгоритма.

Метод DMD основывается на представлении ансамбля полей мгновенной скорости $u(x_i,t_j)$ в виде конечного ряда комплексных гармоник Фурье $\{e^{wr+iwit}\}$, т. е. пространственных базисных функций $DMD_n(x_i)$ с зависящими от времени комплексными коэффициентами $b_n(t_i)$.

$$u(x_i,t_j)=\sum_{n=1}^{N-1} b_n(t_j)\,DMD_n(x_i)= \\ =\sum_{n=1}^{N-1} e^{\left(\omega_r^n+i\omega_i^n\right)t_j}\,DMD_n(x_i) \quad (1)$$

Задача решается определением глобальных мод оператора эволюции A уравнения (2).

$$u_{i+1} = e^{\widetilde{A}\Delta t} u_i = A u_i \quad (2)$$

где u_i – пространственно дискретизированное поле мгновенной скорости в i-й момент времени (снимок), A – матрица линейного отображения (или оператор эволюции) между полями, постоянная на всей последовательности данных (i = 1, 2,…, N−1), Δt – шаг по времени между снимками. Размерность матрицы линейного оператора A делает чрезвычайно трудоемкой задачу на собственные значения, поэтому для приближенного вычисления собственных значений и собственных векторов матрицы A используется модифицированный метод Арнольди. Данный метод заключается в нахождении матрицы C, сопровождающей к матрице A, размерность которой значительно ниже. Последовательное описание этой процедуры можно найти в работе [2].

Решая задачу на собственные значения матрицы C: $Cy_n = \mathrm{m}_n y_n$, получаем комплексные собственные вектора y_n и комплексные собственные значения m_n (n = 1, 2,…, N-1), аппроксимирующие некоторые из собственных значений матрицы линейного отображения A и содержащие ценную информацию о динамических процессах в последовательности данных [2]. Так как оператор эволюции A динамической системы является квазиунитарным, все $|\mu_n| \approx 1$, т.е. собственные значения лежат около единичной окружности. Удобно представить собственные значения m_n в логарифмическом отображении (3).

$$\omega_n = \mathrm{Ln}(\mu_n)/2\pi\Delta t = \omega_r^n + i\omega_i^n \quad (3)$$

В таком случае вещественная часть собственного значения w_r^n соответствует инкременту роста (затухания), а мнимая w_i^n – характерной частоте (фазовой скорости) эволюции моды в течение рассматриваемого промежутка времени. Математически это следует из вида общего решения линейной системы (1), как показано в [8]. Пространственные моды DMD_n получаются посредством проекции матрицы полей скорости V_1^{N-1}, столбцы которой есть вектора u_i, на собственные вектора y_n матрицы C (4).

$$DMD_n = V_1^{N-1} y_n \quad (4)$$

В общем случае DMD моды не ортогональны, так как фактически представление основано на использовании ортогональных временных коэффициентов (гармоник Фурье). DMD моды могут быть ранжированы согласно частоте w_i, инкременту роста (затухания) w_r и L_2-норме $||DMD_n||$, характеризующей амплитуду соответствующей моды для ансамбля полей скорости. DMD моды являются линейным приближением ансамбля полей мгновенной скорости и могут быть использованы для построения низкоразмерной модели, приближенно описывающей динамику КВС, присутствующих в потоке. Для этого используется конечное число слагаемых в разложении (1), имеющих наибольший вклад в ансамбль полей скорости. Недостатки и ограничения метода DMD подробно проанализированы в работе [9].

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для исследования динамики и пространственной структуры КВС в сильнозакрученном поднятом пламени метод DMD, описанный выше, применялся к ансамблям из 600 полей скорости. С целью расчета среднего поля скорости и компонент кинетической энергии турбулентности (КЭТ) было сделано четыре независимых измерения по 600 полей мгновенной скорости.

На рис. 1 приведено распределение средней скорости потока, а также радиальной компоненты КЭТ в центральной плоскости потока. Отчетливо видна зона рециркуляции, имеющая форму пузыря. На правой части рисунка можно наблюдать относительно большие флуктуации скорости в радиальном направлении (до 50% от среднерасходной скорости U_0) вблизи критической точки зоны рециркуляции, вызванные ПВЯ в сильнозакрученном поднятом пламени. Такой характер течения имеет место и для случая без горения. Для реагирующего течения наблюдается существенное расширение струи по сравнению с изотермическим течением по мере удаления от сопла и увеличение интенсивности возвратного течения.

На рис. 2 показан спектр всех 599 собственных значений DMD разложения ансамбля полей скорости. Размер символов соответствует норме соответствующих DMD мод. Симметричность наблюдаемого спектра является следствием вещественности исходных данных. Вещественная часть логарифма собственного значения характеризует показатель степени роста (для $\mathrm{w}_r > 0$) или затухания ($\mathrm{w}_r < 0$)

DMD моды в течение анализируемого промежутка времени.

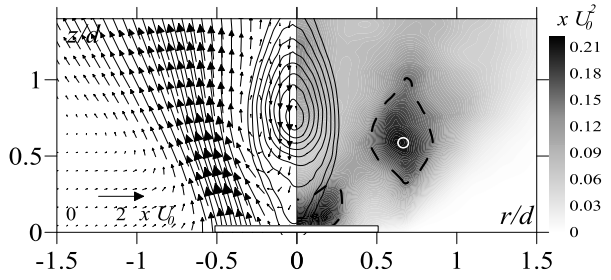

Рис.1 Поле средней скорости (левая половина изображения) и распределение радиальной компоненты КЭТ (правая половина) в центральном сечении потока для сильнозакрученного поднятого пламени. Сплошные замкнутые изолинии аксиальной компоненты скорости визуализируют область возвратного течения вблизи оси струи. Белым кругом отмечена точка пробы пульсаций скорости.

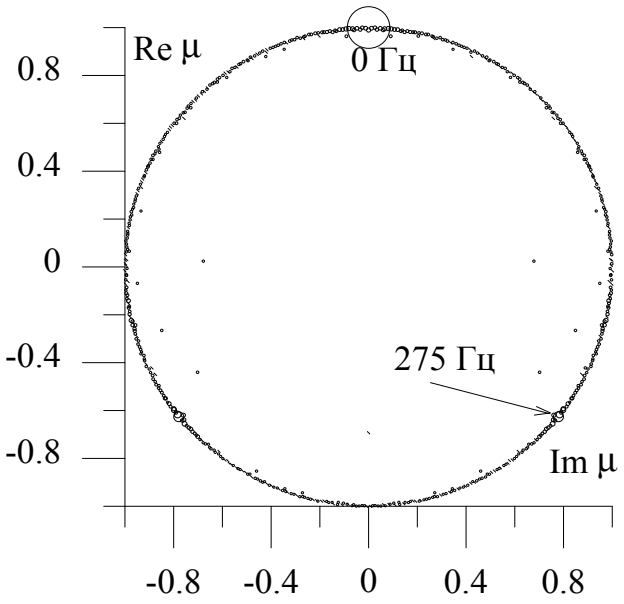

Рис.2 Спектр 599 собственных значений DMD разложения. Размер символов соответствует норме DMD мод.

Так как в работе исследуется стационарное турбулентное течение, то быстро затухающие моды (w_r<<0) были исключены из рассмотрения. Комплексно сопряженным собственным значениям соответствуют комплексно сопряженные DMD моды. Собственное значение с нулевой мнимой части отвечает стационарной во времени компоненте разожения. Эта DMD мода является наиболее когерентной и соответствует сумме среднего поля течения и невязки представления. Периодичная динамика когерентных структур отражена в остальных модах с ненулевой мнимой частью.

На рис. 3 можно видеть зависимость нормы DMD мод, характеризующей амплитуду каждой моды в ансамбле полей скорости, от мнимой части собственного значения (характерной частоты). Для сравнения на том же рисунке показан Фурье спектр (Fast Fourier Trasform, FFT) от пульсаций скорости в точке, обозначенной отметкой на рис. 1, где, согласно распределению КЭТ, сосредоточены интенсивные радиальные пульсации. На обоих спектрах можно наблюдать характерный пик высокой амплитуды, соответствующий частоте ПВЯ f_F = 275 Гц. В потоке без горения аналогичный пик наблюдался на частоте f_I = 245 Гц.

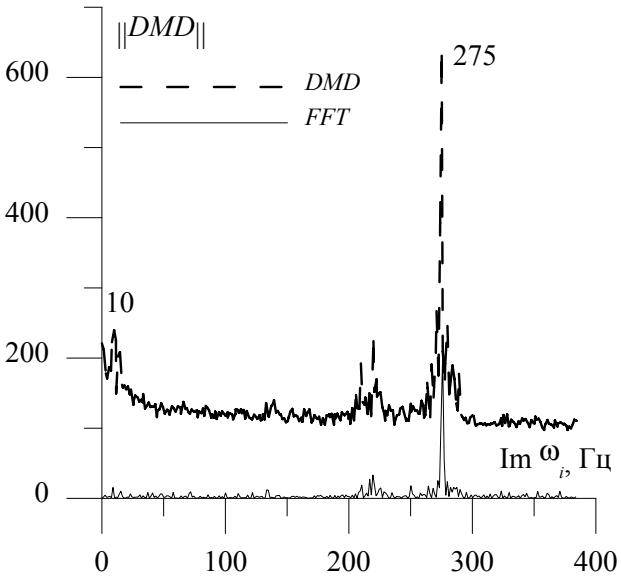

Рис.3 Зависимость нормы DMD мод от частоты и Фурье спектр от локальных пульсаций скорости.

Для реагирующего случая DMD спектр демонстрирует присутствие в потоке низкочастотных пульсаций тепловыделения на частоте f_T = 10 Гц, что не наблюдалось в потоке без горения. В качестве примера на рис. 4 пред-

ставлены вещественные части комплексных амплитуд $b(t)$ двух DMD мод (10 Гц и 275 Гц), соответствующие квазипериодической эволюции этих мод во времени.

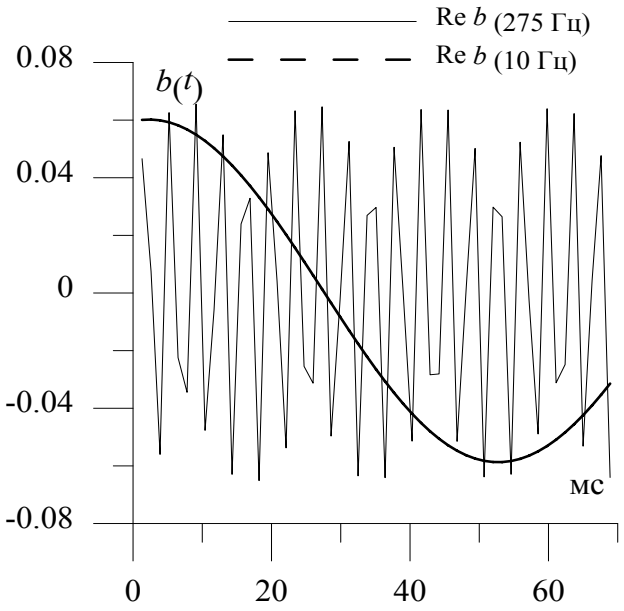

Рис.4 Изменение во времени вещественной части амплитуд доминирующих DMD мод (f_T = 10 Гц и f_F = 275 Гц).

Мнимая часть комплексных амплитуд отличается от вещественной лишь сдвигом фазы на p/2. На рис. 5 приведены пространственные распределения вещественной и мнимой части доминирующей DMD моды с частотой ПВЯ f_F = 275 Гц. Отличие между ними лишь в незначительном сдвиге по фазе на p/2. Можно видеть, что пространственные DMD моды позволяют получить не только количественную информацию о характерных частотах турбулентных пульсаций, но и о пространственной области потока, где присутствовали соответствующие когерентные структуры. Как и в отсутствие горения, комплексная DMD мода отражает изменение радиальной компоненты скорости вблизи нижней точки зоны рециркуляции, а также во внутреннем и внешнем слое смешения. Аналогичные когерентные структуры были обнаружены в анализе POD для сильнозакрученных струй с горением и без. Из литературы известно, что они соответствуют ПВЯ струи вследствие неустойчивости потока к глобальной азимутальной моде [4], при этом вторичная КВС во внешнем слое смешения также имеет спиральную форму. Пространственные распределения DMD моды с частотой f_T = 10 Гц показали, что она соответствует низкочастотным осцилляциям потока в продольном направлении, которые имели место, главным образом, во внешнем слое смешения над основанием фронта пламени. Эта мода не наблюдалась в потоке без горения и была связана с квазипериодическими пульсациями тепловыделения. Она также соответствует глобальной моде неустойчивости вследствие воздействия на пламя сил плавучести.

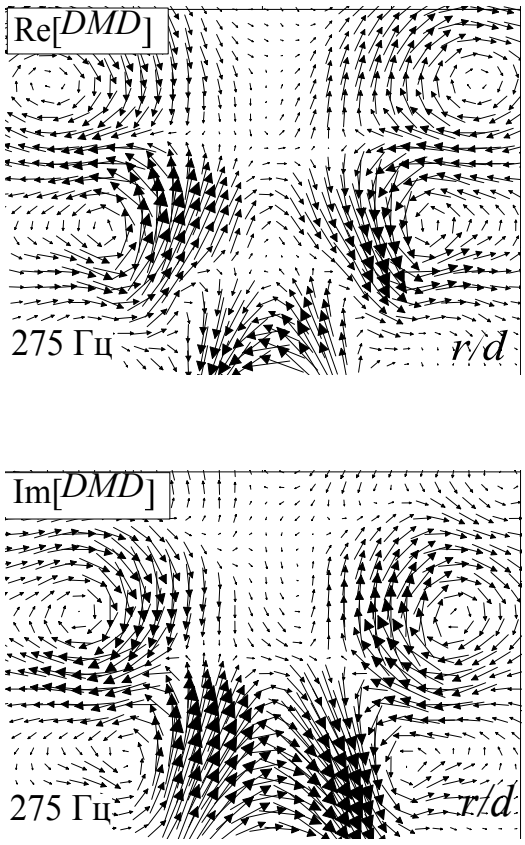

Рис.5 Пространственные распределения вещественной и мнимой части доминирующей DMD моды с частотой ПВЯ f_F = 275 Гц.

В данной работе аналогично предыдущим исследованиям [4, 5], где использовался метод POD, на основе среднего поля течения и DMD моды с частотой f_F = 275 Гц, соответствующей доминирующим пульсациям ПВЯ в потоке, была реконструирована трехмерная

пространственная форма спиральных КВС (фазово-осредненная структура). При реконструкции когерентной составляющей потока фаза DMD моды полагалась равной фазе вращения КВС вокруг оси *z*. Для идентификации вихревых структур на реконструированных полях скорости использовался критерий «swirling strength» [10], характеризующий интенсивность локального вихревого движения. На изоповерхности мгновенного распределения критерия «swirling strength» хорошо различимы вихревое ядро закрученного потока, принимающее форму спирали в области приосевой зоны рециркуляции, что приводит к спиральной области с ненулевой компонентой азимутальной завихренности. Вследствие сохранения потока момента импульса, вместе с внутренним спиральным вихрем также формируется внешний вторичный спиралевидный вихрь. Эти вихри, являются левовинтовыми спиралями, т.е. закручены противоположно направлению интегрального вращения и направлению струи. Полученный результат хорошо согласуется с результатами других исследований изотермического и реагирующего течений [4, 5], которые утверждают, что возникновение ПВЯ и образование вторичных спиральных КВС являются следствием абсолютной неусточивости потока к первой азимутальной моде, имеющей глобальный характер пульсаций.

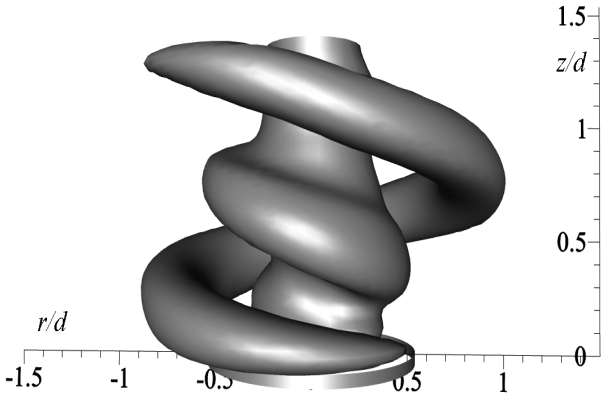

Рис.6 Пространственная структура крупномасштабных пульсаций в сильнозакрученном поднятом пламени, реконструированная на основе поля средней скорости и доминирующей DMD моды и визуализированная с использованием изоповерхности критерия «swirling strength» [10]. Стрелкой показано направление закрутки потока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проведено экспериментальное исследование мод глобальной неустойчивости в поднятом пропано-воздушном пламени с использованием метода PIV для измерения полей мгновенной скорости и DMD для анализа динамики и пространственной формы доминирующих пульсаций в потоке. Применение метода DMD к данным скоростных PIV измерений в нереагирующем течении и поднятом пламени позволило определить характерные частоты турбулентных пульсаций в различных областях потока, ассоциирующиеся с модами глобальной неустойчивости, и проанализировать масштабы соответствующих этим частотам пространственных когерентных структур.

Как для сильнозакрученной струи с РВЯ без горения, так и для поднятого пламени, динамика потока и характеристики КВС определялись ПВЯ. Анализ характерных частот показал, что в случае горения частота прецессии увеличилась на 12 %, и имели место низкочастотные осцилляции объема внешнего воздуха, вовлекаемого в пламя. Пульсации, индуцированные ПВЯ, и связанные с тепловыделением имели отношение к модам глобальной неустойчивости потока. На основе низкоразмерной реконструкции из DMD была восстановлена трехмерная пространственная структура и динамика интенсивных спиралевидных КВС внутри зоны рециркуляции и во внешнем слое смешения. Эти вторичные вихри, соответствующие ненулевой азимутальной завихренности, являются левовинтовыми спиралями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Holmes P., Lumley J. L., Berkooz G. Turbulence, Coherent Structures, Dynamic Systems and Symmetry. - Cambridge Univ. Press, 1996. - 420 P.

© Абдуракипов С.С., Дулин В.М., Маркович Д.М., Чикишев Л.М.

2. Schmid P. J. Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data // Fluid Mech. - 2010. - Vol. 656. - P. 5 - 28.
3. Гупта А., Лилли Д., Сайред Н. Закрученные потоки. - М.: Мир, 1987. - 590 С. Gupta, A., Lilley, D., Syred, N. (1987). *Zakruchenye potoki* [Swirl flows], World, Moscow, USSR.
4. Oberleithner K., Sieber M., Nayeri C.N., et al. Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction // J. Fluid Mech. - 2011. - Vol. 679. - P. 383 - 414.
5. Alekseenko S. V., Dulin V. M., Kozorezov Yu. S., Markovich D. M. Effect of high-amplitude forcing on turbulent combustion intensity and vortex core precession in a strongly swirling lifted propane-air flame // Combust. Sci. Technol. - 2012. - Vol. 184. - P. 1862 – 1890.
6. Ахметбеков Е. К., Бильский А. В., Ложкин Ю. А., Маркович Д. М., Токарев М. П., Тюрюшкин А. Н. Система управления экспериментом и обработки данных, полученных методами цифровой трассерной визуализации (ActualFlow) // Вычислительные методы и программирование: новые вычислительные технологии. - 2006. - Т. 7. - С. 79 – 85. Ahmetbekov, E.K, Bilsky A.V, Lozhkin Yu.A., Markovich D.M, Tokarev, M.P. (2006). “System for control an experiment and data processing obtained by Particle Image Velocimetry technique (ActualFlow)”, *Computational methods and programming, new computing technologies*, Vol.7, pp.79-85.
7. Токарев М. П., Маркович Д. М., Бильский А. В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычисл. технологии. - 2007. - Т. 2. - С. 1 – 23. Tokarev, M.P, Markovich D.M, Bilsky A.V (2007). “Adaptive image processing algorithms for calculating of instantaneous velocity fields”, *Computational technologies*, Vol.2, pp.1-23.
8. Guckenheimer J., Holmes P. Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields // Applied Mathematical Sciences. - Springer, 1997. - Vol. 42.
9. Duke D., Soria J., Honnery D. An error analysis of the dynamic mode decomposition // Exp. Fluids. - 2011. - Vol. 52. - N. 2. - P. 529 - 542.
10. Zhou J., Adrian R. J., Balachandar S., et al. Mechanisms for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow // J. Fluid Mech. - 1999. - Vol. 387. - P. 353 - 3 96.