УДК 532.5; 531.39

ПОВЕДЕНИЕ ПУЗЫРЬКОВ В КЛАСТЕРЕ ПРИ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Губайдуллин А.А.[1,2], Губкин А.С.[1,2]

[1]*Тюменский филиал ФГБУН Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Тюмень, Россия*
[2]*Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия*

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (Грант НШ-834.2012.1).

АННОТАЦИЯ

Поведение в волнах сжатия отдельного пузырька в коллективе пузырьков может отличаться от поведения одиночного пузырька в безграничной жидкости за счет коллективного гидродинамического взаимодействия. Для исследования этого поведения в работе использована математическая модель, описывающая динамику системы пузырьков изменяющихся радиусов в безграничной жидкости с учетом ее сжимаемости и вязкости, а также учитывающая гидродинамическое взаимодействие между пузырьками. Теплообмен газовых пузырьков с жидкостью учтен в рамках двухтемпературной схемы. Приведено выражение для потока тепла к единице поверхности пузырька, позволяющее описывать теплообмен газовых пузырьков с жидкостью в достаточно широком диапазоне значений давлений и температур жидкости. Выполнено численное моделирование нелинейной динамики пузырьковых кластеров различных конфигураций при воздействии на них волны сжатия и периодического возмущения различной частоты. Исследовано поведение в волнах сжатия отдельного пузырька в коллективе пузырьков. Показано, что в определенных условиях для некоторых пузырьков достигаются значительные степени сжатия и, как следствие, высокие давления и температуры. На примере кластера из трех вложенных додекаэдров и линейного кластера показано, что конфигурация кластера может оказывать сильное влияние на его динамику.

ВВЕДЕНИЕ

Интерес к исследованию динамики пузырьковых кластеров вызван тем, что поведение в волнах сжатия отдельного пузырька в коллективе пузырьков может отличаться от поведения одиночного пузырька в безграничной жидкости за счет коллективного гидродинамического взаимодействия. Существуют различные подходы и модели, учитывающие указанное взаимодействие пузырьков в кластере [1-5]. Чем меньше расстояние между пузырьками по сравнению с их размерами, тем точнее нужно учитывать гидродинамическое взаимодействие пузырьков. Так, например, модели [2-4] имеют, соответственно, 2-й и 3-й порядок точности, а модель с произвольным порядком точности в настоящее время отсутствует.

В работах [6, 7] приведены результаты экспериментов, в которых зарегистрировано производство нейтронов и ядер трития при акустическом воздействии на кластеры пузырьков. При этом замечено, что появление нейтронной эмиссии зависит от формы кластера.

Целью данной работы является компьютерное моделирование динамики пузырькового кластера в зависимости от его конфигурации и вида внешнего воздействия.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим пузырьковый кластер, состоящий из N – газовых пузырьков, как компактное образование в достаточно большом объеме жидкости [1-4, 8]. Очевидно, что в достаточно плотном кластере гидродинамическое взаимодействие может приводить к сильной

© Губайдуллин А.А., Губкин А.С.

деформации поверхности пузырьков, плохо поддающейся теоретическому учету. Поэтому будем предполагать кластер достаточно разреженным, чтобы пузырьки сохраняли свою сферическую форму.

При моделировании динамики пузырькового кластера используем следующие допущения:

1. Жидкость несжимаемая $\rho_l = const$.
2. Течение жидкости потенциальное $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$.
3. Кластер разреженный $\bar{d} >> \bar{R}$, где $\bar{d}$ – среднее расстояние между центрами пузырьков, $\bar{R}$ – средний радиус пузырьков.
4. Температура жидкости постоянна в силу большой теплоемкости жидкости по сравнению с газом $T_l = const$.
5. Газ в пузырьках совершенный с показателем адиабаты γ.
6. Давление газа в пузырьках однородное $P_{gn} = P_{gn}(t)$.

Систему уравнений динамики кластера составим из уравнений движения пузырьков в жидкости с учетом их гидродинамического взаимодействия [4] и дополнительно учтем теплообмен пузырьков с окружающей жидкостью, сохранив при этом обозначения [4].

Потенциал течения идеальной несжимаемой жидкости φ удовлетворяет уравнению Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0,$$

с граничными условиями на поверхности j-ого пузырька и вдали от кластера:

$$\vec{n}_j \cdot \vec{\nabla}\varphi = \dot{R}_j + \dot{\vec{p}}_j \cdot \vec{n}_j \text{ при } \vec{r} = \vec{p}_j + R_j \vec{n}_j,$$

$$\left|\vec{\nabla}\varphi\right| \to 0 \text{ при } \left|\vec{r} - \vec{p}_j\right| \to \infty,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор лабораторной системы отсчета, $\vec{p}_j$ – координаты центра j-го пузырька, $\dot{\vec{p}}_j$ – скорость поступательного движения j-го пузырька, R_j – радиус j-го пузырька, $\vec{n}_j$ – вектор внешней нормали к поверхности j-го пузырька $(j = 1, \ldots, N)$.

Уравнение состояния совершенного газа примем в виде:

$$P_{gn} = \frac{\rho_{gn} T_{gn} c_{pg} (\gamma - 1)}{\gamma}. \quad (1)$$

Уравнения движения пузырьков имеют вид:

$$\left(1 - \frac{\dot{R}_n}{c_l}\right) R_n \ddot{R}_n + \left(\frac{3}{2} - \frac{\dot{R}_n}{2c_l}\right) \dot{R}_n^2 - \frac{P_n}{\rho_l}\left(1 + \frac{\dot{R}_n}{c_l}\right) - \frac{R_n}{\rho c_l}\frac{dP_n}{dt} = \Phi,$$

$$\frac{1}{3} R_n \ddot{\vec{p}}_n + \dot{R}_n \dot{\vec{p}}_n = \vec{\Psi}, \quad (2)$$

(3)

где Φ и $\vec{\Psi}$ – функции, учитывающие внешние силы и взаимодействие между пузырьками.

Уравнение (2) описывает радиальные пульсации n-го пузырька, а уравнение (3) – его поступательное движение.

Через P_n обозначено выражение [4, 10]:

$$P_n = P_{gn} - \frac{2\sigma}{R_n} - \frac{4\eta \dot{R}_n}{R_n} - P_0 - P_{ex}(\vec{p}_n), \quad (4)$$

где P_{gn} – давление газа в пузырьке, σ – коэффициент поверхностного натяжения, η – коэффициент динамической вязкости, P_0 – гидростатическое давление, P_{ex} – внешнее акустическое давление в пределах n-го пузырька.

Межфазная сила представляет собой силу вязкого трения Левича:

$$\vec{F}_{dn} = -12\pi\eta R_n \left(\dot{\vec{p}}_n - \sum_{l=1, l\neq n}^{N} \vec{v}_{ln} \right), \quad (5)$$

где $\vec{v}_{ln}$ – скорость жидкости, генерируемая l-м пузырьком в центре n-го пузырька.

При описании теплообмена газовых пузырьков с жидкостью будем использовать двухтемпературную схему, в рамках которой уравнение для давления газа внутри пузырьков имеет следующий вид [10]:

$$\frac{dP_{gn}}{dt} = \frac{3(\gamma - 1)}{4\pi R_n^3} q_n - \frac{3\gamma P_{gn}}{R_n} \dot{R}_n. \quad (6)$$

Выражение для потока тепла к единице поверхности n-го пузырька q_n примем в виде [12]:

$$q_n = 2\pi R_n \lambda_g \mathrm{Nu}_{gn} (T_l - T_{gn}),$$

$$\mathrm{Nu}_{gn} = \begin{cases} \sqrt{\mathrm{Pe}_{gn}}, & \mathrm{Pe}_{gn} \geq 100 \\ 10, & \mathrm{Pe}_{gn} < 100 \end{cases},$$

$$\mathrm{Pe}_{gn} = 12(\gamma - 1) \frac{T_l}{\left|T_{gn} - T_l\right|} \frac{R_n \left|\dot{R}_n\right|}{D_{gn}}, \quad (7)$$

$$D_{gn} = \frac{\lambda_g}{c_{pg} \rho_{gn}},$$

где Nu_{gn} – число Нуссельта, Pe_{gn} – число Пекле, T_{gn} – температура газа в n-ом пузырьке, D_{gn} – коэффициент температуропроводности газа, λ_g – коэффициент теплопроводности газа, c_{pg} – теплоемкость газа при постоянном давлении, ρ_{gn} – плотность газа в n-ом пузырьке.

Для решения системы уравнений (1)–(7) необходимо задать начальные координаты,

скорости, радиусы, радиальные скорости пузырьков, давление газа в пузырьках, а также закон изменения давления жидкости вдали от пузырькового кластера. Система уравнений (1)–(7) решалась численно с использованием схемы Рунге – Кутты четвертого порядка с переменным шагом (улучшение Мерсона). Для приведения системы к виду Коши применялся итерационный метод Гаусса – Зейделя.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Исследована динамика пузырьковых кластеров различных конфигураций. Результаты исследования проиллюстрированы на примере двух конфигураций (рис. 1).

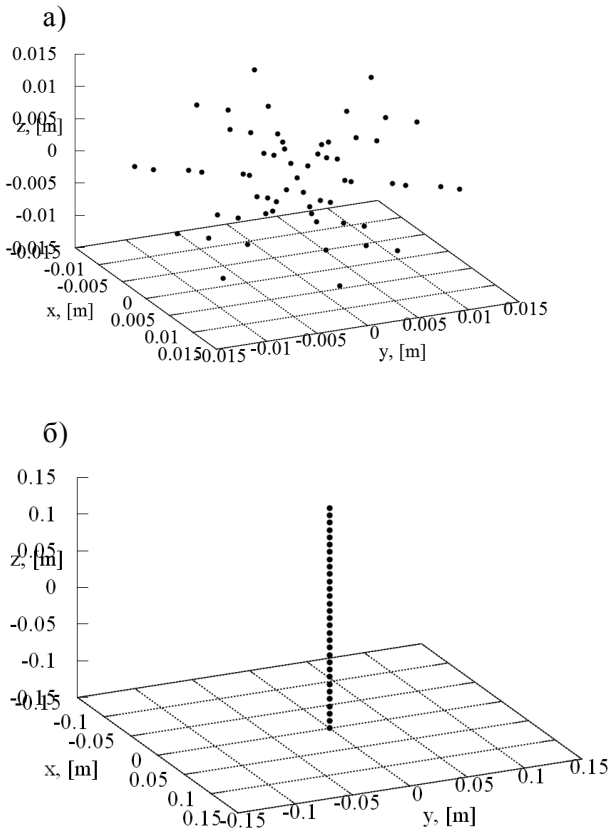

Рис.1 Кластер в виде трех вложенных друг в друга додекаэдров (а) и линейный кластер (б).

В первом случае кластер представлял собой совокупность трех концентрически вложенных друг в друга додекаэдров (рис. 1 (а)), во втором – линейный кластер-стриммер (рис. 1 (б)). Пусть додекаэдры вписаны в сферы радиусов 5, 10, 15 мм соответственно. Начальная длина линейного кластера равна 30 мм. Начальные радиусы центрального и периферических пузырьков одинаковы и равны R_0 =0.25 мм. Общее количество пузырьков в обоих случаях одинаково и равно 61.

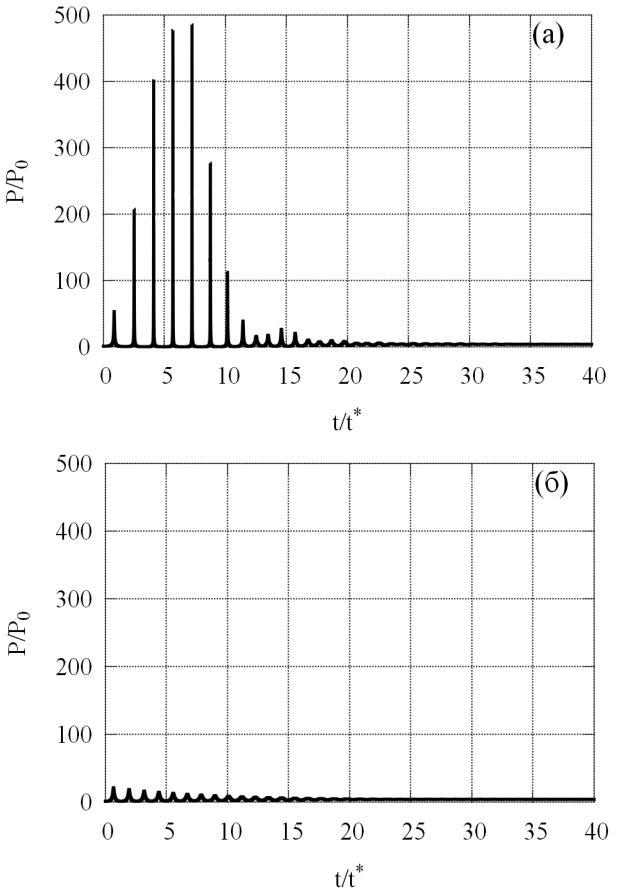

Рис.2 Давления газа в центральном пузырьке в случае волны сжатия типа «ступенька» для пузырькового кластера в форме трех вложенных друг в друга додекаэдров (а) и стриммера (б).

Параметры жидкости и газа полагались следующими: жидкость – 60%-ый раствор глицерина в воде (скорость звука c_l =1500 м/с, плотность ρ_l = 1156 кг/м^3, кинематическая вязкость ν = $9.52\cdot10^{-6}$ м^2/с, коэффициент поверхностного натяжения σ = $7\cdot10^{-2}$ Н/м), газ – воздух (показатель

адиабаты $\gamma = 1.4$, удельная изобарная теплоемкость $c_{pg} = 1007$ Дж/(кг·К), коэффициент теплопроводности $\lambda_g = 0.0258$ Вт/(м·К)). Начальное давление – атмосферное: P_0 = 0.1 МПа, температура жидкости T_l = 293 К.

В качестве внешнего возмущения рассматривались волна сжатия типа «ступенька» и гармоническое возмущение заданной частоты.

В качестве характерного времени для обезразмеривания параметров возьмем величину $t^* = R_0\sqrt{\rho_l / P_0} = 2.7 \cdot 10^{-5}$ с, которая соответствует времени схлопывания пустой сферы радиуса R_0 в жидкости с плотностью ρ_l и давлением P_0.

В случае волны сжатия типа «ступенька» видно (рис. 2), что давления, достигаемые в центральном пузырьке для кластера из додекаэдров, многократно превосходят давления и температуры в аналогичном пузырьке для линейного кластера – стриммера, что качественно согласуется с экспериментальными данными [6, 7]. Характерная длительность пика составляет $\sim 10^{-8} - 10^{-9}$ с.

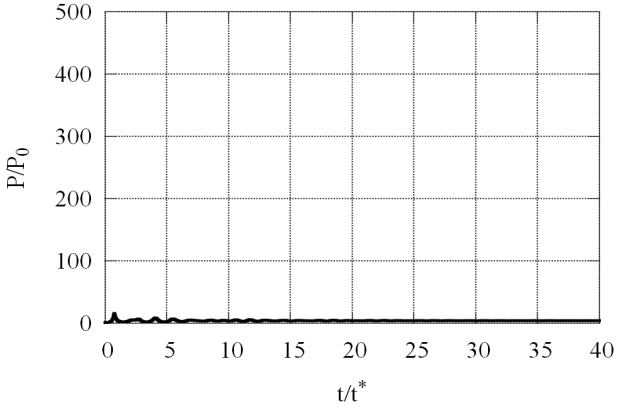

Рис.3 Давление газа в пузырьке, наиболее удаленном от центрального, в случае волны сжатия типа «ступенька» для пузырькового кластера в форме трех вложенных друг в друга додекаэдров.

Следует отметить, что во всех случаях давление и температура газа в периферийных пузырьках не превышала аналогичных параметров в центральном пузырьке для данного кластера (рис. 3).

В случае гармонического возмущения видно (рис. 4), что в центральном пузырьке для кластера из додекаэдров достигаются на порядки более высокие значения давления, чем в случае стриммера. Выявлено, что частота возмущения влияет на амплитуду колебаний пузырьков. Амплитуда растет с приближением частоты к собственной частоте колебаний пузырька.

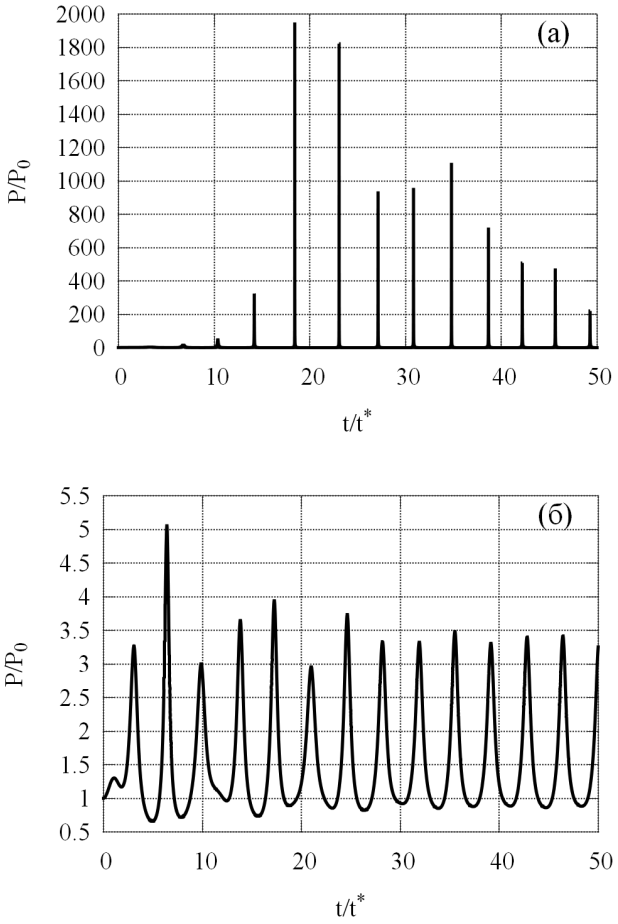

Рис.4 Давления газа в центральном пузырьке в случае гармонического возмущения для пузырькового кластера в форме трех вложенных друг в друга додекаэдров (а) и стриммера (б).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Исследована динамика пузырьковых кластеров различных конфигураций при воздействии на них разного вида возмущений. Получены следующие результаты и выводы:

- Выполнено численное моделирование нелинейной динамики пузырьковых кластеров различных конфигураций при воздействии на них волны сжатия типа «ступенька». Показано,

что в кластере, пузырьки которого расположены в вершинах додекаэдра и его центре, для центрального пузырька достигаются значительные амплитуды сжатия и, как следствие, значительное увеличение давления и температуры, по сравнению с периферийными пузырьками.

- Конфигурация кластера может сильно влиять на его динамику. Давления, достигаемые в кластере из додекаэдров, многократно превосходят давления в стриммере, что качественно согласуется с экспериментальными данными.
- Частота возмущения влияет на амплитуду колебаний пузырьков в кластере. Амплитуда растет с приближением частоты к собственной частоте колебаний пузырька.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аганин А.А., Давлетшин А.И. Моделирование взаимодействия газовых пузырьков в жидкости с учетом их малой несферичности // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. № 6. С. 89–102.
   Aganin A.A., Davledshin A.I. Modelirovanie vzaimodejstvija gazovih puzirkov v jidkosti s uchetom ih maloj nesferichnosti // Matematicheskoe modelirovanie. 2009. T. 21. # 6, S. 89–102.
2. Воинов О.В., Головин А.М. Уравнения Лагранжа для системы пузырей изменяющихся радиусов в жидкости малой вязкости // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1970. – №3. –С. 117 – 123.
   Vojnov O.V., Golovin A.M. Uravnenija Lagranga dlja sistemi puzirej izmenjaushihsja radiusov v jidkosti maloj vjazkosti // Izv. AN SSSR. MJG.-1970. – #3. – S. 117 – 123.
3. Stefan Luther, Robert Mettin and Werner Lauterborn. Modeling Acoustic Cavitation by a Lagrangian Approach.
4. Alexander A. Doinikov. Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields // Acoustical Society of America. – 2004. –P. 821-827.
5. Gubaidullin A.A., Nigmatulin N.I. Numerical simulation of Propagation of Shock Waves in Bubbly Liquids // Proceedings of The 2nd International Conference on Multiphase Flow ‘95-Kyoto April 3-7, 1995.
6. Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Evidence for nuclear emissions during acoustic cavitation // Science, 2002. V.295. P. 1868–1873.
7. Taleyarkhan R.P., West C.D., Lahey R.T. (Jr), Nigmatulin R.I., Block R.C., Xu Y. Nuclear Emissions During Self-Nucleated Acoustic Cavitation // Phys. Review Let., 2006. V.96. 034301.
8. Амелькин С.В., Санников И.Н. Динамика пузырьков в кластере при акустическом воздействии // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. Институт гидродинамики СО РАН. – 2002. – Вып. 121. – С. 7-11.
   Amelkin S.V., Sannikov I.N. Dinamika puzirkov v klastere pri akusticheskom vozdejstvii // Dinamika sploshnoj sredi: Sb. nauch. tr. Institut gidrodinamiki SO RAN. – 2002. – Vip. 121. – S. 7 –11.
9. Рождественский В.В. Кавитация. – Ленинград: «Судостроение». – 1977.
   Rojdestvenskij V.V. Kavitacija. – Leningrad: “Sudostroenie”. – 1977.
10. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: «Наука». – 1987.
    Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznih sred. M.: “Nauka”. – 1987.

© Губайдуллин А.А., Губкин А.С.