УДК 532.62: 532.591

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН НА ВЕРТИКАЛЬНОМ РИВУЛЕТЕ

Актершев С.П., Алексеенко С.В., Бобылев А.В., Маркович Д.М., Харламов С.М.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, г. Новосибирск, Россия

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 14-29-00093), гранта РФФИ (№12-01-00360-а) и гранта Президента РФ по господдержке ведущих научных школ РФ (№НШ-5762.2014.8).

АННОТАЦИЯ

Течение тонкого слоя жидкости (пленки) по твердой поверхности реализуется в различных технологических процессах, предназначенных для интенсификации процессов тепломассообмена. Такой тип пленочного течения, когда жидкость стекает в виде множества струек, принято называть ручейковым или ривулетным течением, а отдельную струйку, ограниченную двумя контактными линиями - ривулетом. Особое внимание к ривулетному течению обусловлено его прикладным значением, поскольку такое течение реализуется в различных аппаратах энергетики и химической технологи - в абсорберах, ректификационных колоннах, испарителях и т.п. Ривулетный режим течения формируется под действием различных факторов - газового потока, испарения, неоднородно смачиваемой или структурированной поверхности и т.п. [1, 2]. По сравнению с однородной пленкой жидкости, динамика ривулета имеет ряд особенностей (наличие подвижных контактных линий, гистерезис угла смачивания, меандрирование и т.п.); информация об этих особенностях получена, в основном, из экспериментов [3, 4]. Большинство теоретических работ посвящено стационарным безволновым ривулетам (например, [5]), при этом теоретическое описание волн в ривулетах в литературе практически отсутствует.

В данной работе впервые проведено численное моделирование трехмерных возбужденных волн на поверхности вертикального ривулета. Для описания волнового течения ривулета использован подход Капицы-Шкадова. В численных расчетах получены характеристики линейных и нелинейных регулярных волн в зависимости от частоты возбуждения при различных значениях числа Рейнольдса и угла смачивания. Проведено сопоставление результатов расчетов с имеющимися экспериментальными данными. Сравнение показало, что используемая модель в целом адекватно описывает форму волновой поверхности ривулета, но дает заниженные значения скорости распространения волн и, соответственно, длины волны.

ВВЕДЕНИЕ

Ривулетное течение, так же как и пленочное, может быть неустойчиво относительно внешних возмущений; при этом на поверхности ривулета развиваются волны, существенно влияющие на гидродинамику и теплоперенос. Следует отметить, что в литературе практически отсутствует как теоретическое, так и экспериментальное описание волновых режимов ривулетного течения. Впервые волновая структура ривулета с прямыми контактными линиями экспериментально исследовалась в [6, 7] при стекании жидкости по нижней части наклонного цилиндра. С применением метода наложенных периодических пульсаций расхода жидкости были изучены стационарные нелинейные волновые режимы, обнаружены новые виды волн, проведено сопоставление с известными характеристиками двумерного плёночного течения. Возбужденные волны в ривулете, стекающем по вертикальной пластине, впервые экспериментально исследованы в [8]. Методом LIF (Laser Indused Fluorescence) были проведены полевые измерения локальной толщины прямых волновых ривулетов и

© Актершев С.П., Алексеенко С.В., Бобылев А.В., Маркович Д.М., Харламов С.М.

получена информация о волновых режимах ривулетного течения.

Данная работа посвящена теоретическому описанию регулярных волн на поверхности прямого вертикального ривулета. На основе модели [9] впервые проведено численное моделирование трехмерных возбужденных волн в широком диапазоне частоты возбуждения для различных значений угла смачивания.

ВОЛНОВОЕ ТЕЧЕНИЕ РИВУЛЕТА

Рассмотрим течение тонкого слоя жидкости на вертикальной плоской пластине в виде ривулета постоянной ширины $2b$. Введем декартову систему координат $Oxyz$ с осью Ox в направлении гравитации и осью Oy по нормали к пластине (рис.1).

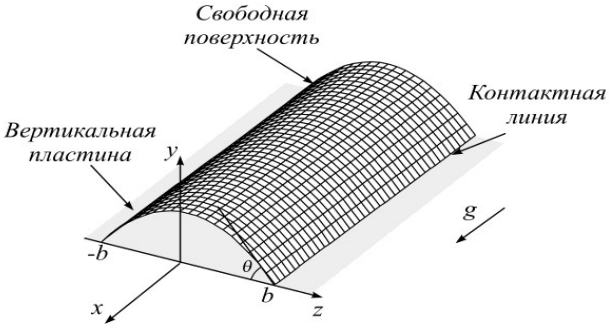

Рис.1 Схема ривулетного течения.

Будем считать, что толщина слоя h много меньше длины волны l, а также полуширины ривулета b и используем погранслойное приближение, полагая $\partial h/\partial x < 1$, $\partial h/\partial z < 1$, $\partial^2/\partial x^2 < \partial^2/\partial y^2$, $\partial^2/\partial z^2 < \partial^2/\partial y^2$. В первом приближении по малым параметрам $\varepsilon_\lambda = h/\lambda$, $\varepsilon_b = h/b$ трехмерные волны в слое жидкости описываются системой уравнений модели [9], которые в безразмерных переменных имеют вид

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{6}{5}\left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{q^2}{h}+\frac{\partial}{\partial z}\frac{qm}{h}\right)=\frac{3}{Re_m}\left(h-\frac{q}{h^2}\right)+hWe\frac{\partial\Delta h}{\partial x},$$

$$\frac{\partial m}{\partial t}+\frac{6}{5}\left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{m^2}{h}+\frac{\partial}{\partial x}\frac{qm}{h}\right)=hWe\frac{\partial\Delta h}{\partial z}-\frac{3m}{Re_m h^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}+\frac{\partial m}{\partial z}=0.$$

Здесь

$q(z)=\int_0^h u\,dy$, $m(z)=\int_0^h w\,dy$ – расходы жидкости, u, w - компоненты скорости в направлениях Ox, Oz. В основе модели [9] лежит предположение об автомодельном профиле скорости

$u/u_s = 2\eta-\eta^2$, $w/w_s = 2\eta-\eta^2$,

где $\eta = y/h$, u_s, w_s - компоненты скорости на поверхности жидкости. В уравнениях (1) $\Delta h = \partial^2 h/\partial x^2 + \partial^2 h/\partial z^2$ – кривизна поверхности жидкости, $Re_m = gh_0^3/3\nu^2$ – число Рейнольдса, $We = \left(3Fi/Re_m^5\right)^{1/3}$ – число Вебера, $Fi = \sigma^3/\rho^3 g\nu^4$ – число Капицы, s - коэффициент поверхностного натяжения, r - плотность, n - кинематическая вязкость жидкости. Масштабом расстояния является толщина невозмущенного слоя жидкости на оси симметрии ривулета h_0, масштабом скорости - $u_m = gh_0^2/3\nu$, времени - $t_m = h_0/u_m$, расхода - $q_m = gh_0^3/3\nu$.

Применительно к ривулетному течению уравнения (1) следует дополнить граничными условиями на контактной линии

$$h(x,b,t)=q(x,b,t)=m(x,b,t)=0. \qquad (2)$$

и условиями симметрии

$$m\big|_{z=0}=0,\ \partial h/\partial z\big|_{z=0}=\partial q/\partial z\big|_{z=0}=0. \qquad (3)$$

Параметр h_0/b определяет угол смачивания на контактной линии $\theta = arctg(2h_0/b)$. Принятое приближение $h_0 \ll b$ означает, что рассматриваемые значениями q существенно меньше 90°.

Для невозмущенного (безволнового) течения ривулета частные производные в уравнениях (1) по x, z, t равны нулю, при этом решение уравнений (1) имеет вид

$$h=h_s(z)=1-z^2/b^2,\ q=q_s(z)=h_s^3(z),\ m=0. \qquad (4)$$

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕГУЛЯРНЫХ ВОЛН В РИВУЛЕТЕ

Волновые режимы ривулетного течения получены численным решением уравнений (1) с граничными условиями (2), (3) и начальными условиями (4) конечноразностным методом. В расчетах волны генерировались на входе участка счета, где задавались синусоидальные колебания толщины и расхода:

$q(0,z,t)=q_s(1+Q_a\sin 2\pi ft)$,

$h(0,z,t)=h_s(1+(Q_a/C)\sin 2\pi ft)$, $m(0,z,t)=0$.

Здесь Q_a, f — заданные амплитуда и частота возбуждения, C – фазовая скорость волны.

Все расчеты сделаны для условий экспериментов [8], где использовались две жидкости с разными физическими свойствами: водный раствор этилового спирта (ВРЭС, s = $31\cdot10^{-3}$ кг/с^2, ρ = 925 кг/м^3, n = $2{,}65\cdot10^{-6}$ м^2/с, $Fi^{1/3} = 427$) и водоглицериновый раствор (ВГР, s = $72{,}1\cdot10^{-3}$ кг/с^2, ρ = 1060 кг/м^3, n = $1{,}98\cdot10^{-6}$ м^2/с, $Fi^{1/3} = 1280$). В экспериментах [8] применялись различные покрытия поверхности пластины, что позволило варьировать величину контактного угла: для ВГР он был равен 6°, а для ВРЭС он был равен 23°. Два массива расчетов, проведенных для ВГР-ривулета, и для ВРЭС-ривулета, соответствуют сделанному в [8] разделению всех опытных данных на случаи «малого» и «большого» контактного угла

Линейные волны. В случае $Q_a < 1$ возмущения расхода и толщины пленки на входе распространяются в виде синусоидальных волн, экспоненциально растущих или затухающих (в зависимости от частоты возбуждения) вниз по потоку:

$$q = q_s + A(z)\sin(k(x - Ct))\exp(\beta x),$$

$$h = h_s + B(z)\sin(k(x - Ct))\exp(\beta x).$$

Здесь $k = 2\pi h_0/\lambda$ - волновое число, b - пространственный инкремент, C - фазовая скорость волны, которые зависят от частоты возбуждения. При $\beta > 0$ возмущения растут, а при $\beta < 0$ затухают. По результатам расчетов линейных волн на участке их экспоненциального роста были построены дисперсионные зависимости $C(f)$ и b(f). Длина волны определялась как расстояние между соседними пиками при $z = 0$, а фазовая скорость - по перемещению пиков. Пространственный инкремент определялся по отношению амплитуд колебаний расхода A_1, A_2 для двух значений координаты x_1, x_2 по формуле

$$\beta = \ln(A_2/A_1)/(x_2 - x_1).$$

На рисунках 2, 3 показаны фазовая скорость и пространственный инкремент в зависимости от частоты, рассчитанные для ВРЭС-ривулета ($b = 2\cdot10^{-3}$ м, $\theta = 20{,}6°$) и ВГР-ривулета ($b = 10^{-2}$ м, $\theta = 3{,}5°$) при $\mathrm{Re}_m = 25$. Там же для сравнения приведены дисперсионные зависимости, рассчитанные для двумерных волн в пленке. На рис. 2 видно, что для ривулетного течения зависимости $C(f)$ качественно подобны соответствующим зависимостям для пленочного течения. В обоих случаях (для ВРЭС и ВГР) с увеличением частоты фазовая скорость сначала уменьшается, проходя через минимум, а затем начинает расти.

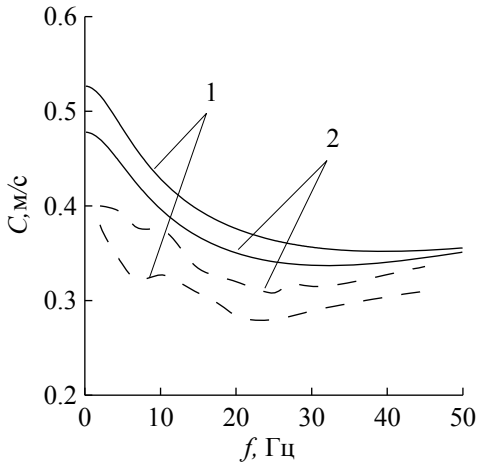

Рис.2 Фазовая скорость линейных волн в зависимости от частоты. Сплошные линии – пленка, штриховые линии – ривулет (1 – ВРЭС, 2 – ВГР).

Вместе с тем, скорость волн в ривулете существенно меньше скорости двумерных волн в пленке для исследованного диапазона частот. Для ВГР–ривулета кривая $C(f)$ лежит выше и существенно ближе к «пленочной» кривой, чем для ВРЭС–ривулета. На рис. 3 видно, что для ривулетного течения пространственный инкремент значительно меньше, а частотный диапазон неустойчивости более узкий, чем для пленочного течения.

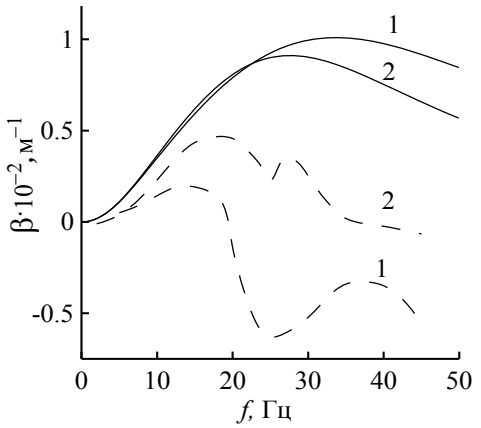

Рис.3 Инкремент линейных волн в зависимости от частоты. Сплошные линии – пленка, штриховые линии – ривулет (1 – ВРЭС, 2 – ВГР).

Для ВРЭС–ривулета частотный диапазон неустойчивости составляет 3–19 Гц, а для

ВГР–ривулета возмущения растут диапазоне частот 4,4–35 Гц. Для ВГР кривая b(f) опять же лежит выше и ближе к соответствующей «пленочной» кривой, чем для ВРЭС. Отметим неожиданную особенность ривулетного течения: кривые b(f) имеют два максимума, между которыми расположен минимум. Для ВГР второй максимум лежит на частоте 27 Гц (инкремент положительный), а для ВРЭС – на частоте 37 Гц (инкремент отрицательный). Наличие двух максимумов на зависимости b(f) абсолютно не характерно для пленочного течения и, видимо, является отличительной чертой ривулетного течения. Вопрос о физическом механизме этой особенности требует дальнейшего исследования.

Нелинейные волны. В случае нелинейных волн значение Q_a варьировалось в диапазоне 0,1-0,3. При столь значительной амплитуде волны теряют синусоидальную форму уже вблизи входа. На рис. 4 показано развитие трехмерных волн на поверхности ВРЭС-ривулета для разных значений частоты возбуждения. В случае низких и средних частот (рис. 4*а*, *б*) нелинейные волны, развиваясь вниз по потоку, на некотором расстоянии от входа становятся установившимися. Высокочастотные волны (рис. 4*в*) затухают вниз по потоку, т.к. для таких частот инкремент линейных возмущений отрицателен. Для низких и средних частот (рис. 4*а*, *б*) развитая трехмерная волна имеет вид лопатки с крутым передним и пологим задним склонами. При низких частотах (рис. 4*а*) на участке развития волн наблюдается интересная особенность: на заднем склоне основного пика формируются промежу-точные пики меньшей амплитуды.

Из-за различия в скорости распространения основных и промежуточных пиков происходит их взаимодействие. В результате этого взаимодействия основные пики поглощают не успевшие развиться промежуточные пики. Для двумерных волн в пленке жидкости эффект формирования промежуточных пиков был исследован экспериментально и теоретически в работе [10] (там они названы parasitic pulse). Появление parasitic pulse наблюдалось в [10] на заднем склоне волн большой амплитуды при частоте возбуждения ниже некоторого предельного значения f_p.

На рис. 5 показана низкочастотная волна в сравнении с экспериментальными данными [8] (ВГР, $\mathrm{Re}_m = 10$ $f = 1$ Гц). При такой низкой частоте волна уже вблизи входа приобретает форму ступеньки. Из рисунка видно, что расчет хорошо описывает волновую поверхность и профили ривулета в области ступеньки.

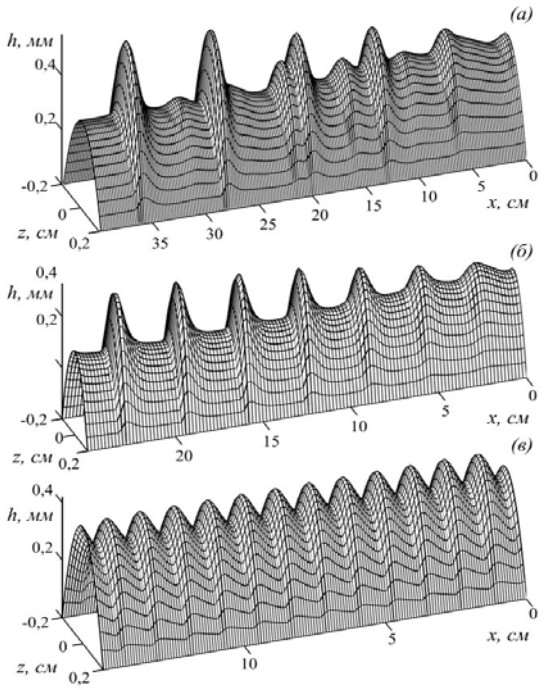

Рис.4 Волновые поверхности ВРЭС—ривулета при $\mathrm{Re}_m = 25$ для разных значений частоты возбуждения *f:* 5 Гц (а), 10 Гц (б), 25 Гц (в).

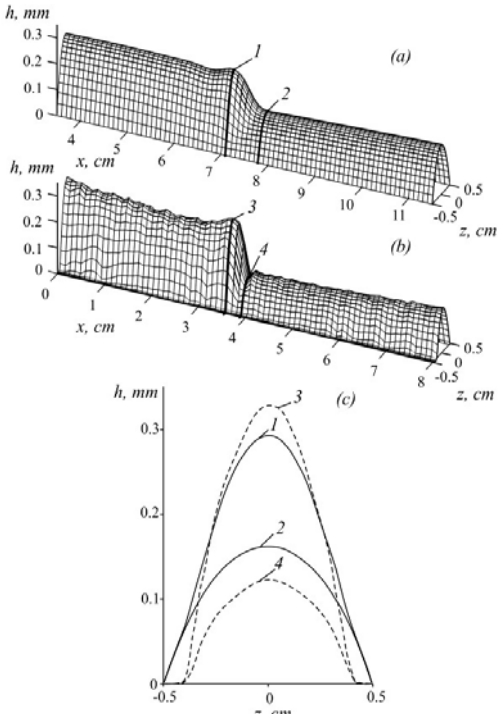

Рис.5 Низкочастотная волна на поверхности ВГР–ривулета: a – расчет, b – эксперимент; c – поперечные сечения ривулета: 1, 2 – расчет, 3, 4 – эксперимент.

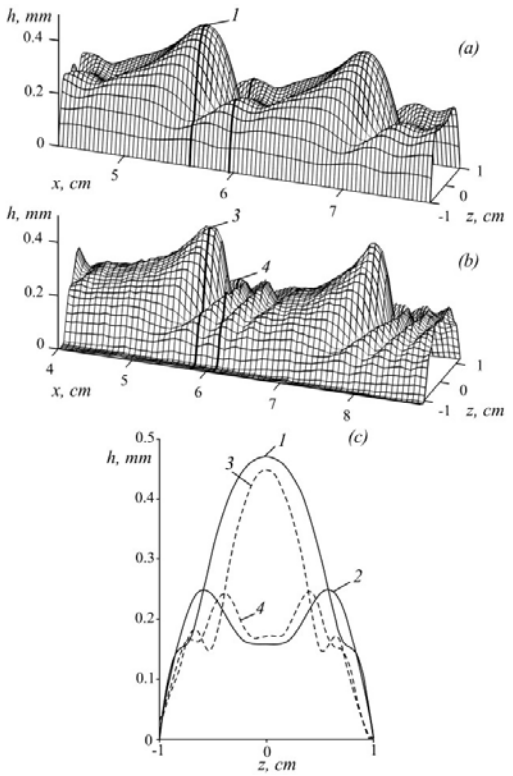

Рис.6 Волновая поверхность ВГР–ривулета: a – расчет, b – эксперимент; c – поперечные сечения ривулета: 1, 2 – расчет, 3, 4 – эксперимент.

Существование волн ступенчатой формы является отличительной особенностью ривулетного течения, поскольку в случае пленочного течения возбужденные волны ступенчатой формы быстро разрушаются с образованием последовательности солитоно-подобных пиков.

На рис. 6 показана форма трехмерной развитой волны для ВГР-ривулета в сравнении с экспериментальными данными [8] ($\mathrm{Re}_m = 36$, f = 23 Гц). Как видно из рисунка, расчет хорошо описывает форму пика с капиллярным предвестником и профили ривулета в различных поперечных сечениях. Существенное расхождение с опытными данными имеется по длине волны. Расчетное расстояние между пиками $1{,}5\cdot10^{-2}$ м, а в эксперименте $2\cdot10^{-2}$ м.

Один из выводов работы [8] состоял в том, что контактный угол при волновом течении ривулета остается постоянным и нечувствительным к фазе волны. На рис. 7 приведены расчетные зависимости контактного угла от расстояния при распространении нелинейных волн на поверхности ВРЭС и ВГР-ривулетов. Из рисунка видно, что в обоих случаях величина контактного угла заметно пульсирует в соответствии с фазой волны; причем амплитуда колебаний контактного угла растет с ростом амплитуды волны. Для ВГР амплитуда колебаний контактного угла существенно меньше, чем для ВРЭС. Это расхождение с выводом [8] объясняется тем, что поверхность волнового ривулета в эксперименте получена с использованием фильтрации первичных изобра-жений. Наибольшая относительная погрешность обработанного изображения наблюдалась именно вблизи контактной линии.

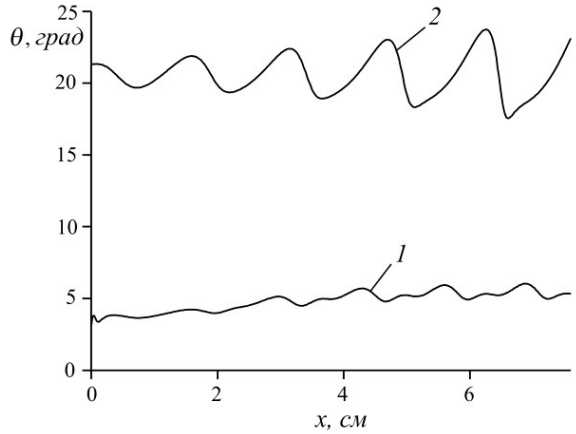

Рис.7 Зависимость контактного угла от расстояния при $\mathrm{Re}_m = 25$; ; 1 – ВГР, f = 23 Гц 2 – ВРЭС, f = 20 Гц.

ВЫВОДЫ

Используемая модель Капицы-Шкадова в целом адекватно описывает форму волн на поверхности ривулета при умеренных значениях числа Рейнольдса. В частности, для ВГР-ривулета (случай «малого» контактного угла) модель предсказывает волны ступенчатой формы, которые наблюдаются в эксперименте при низких частотах. Для средних частот возбуждения модель предсказывает волны с капиллярным предвестником, форма которых хорошо согласуется с экспериментальными данными. Для ВРЭС-ривулета (случай «большого» контактного угла) модель хорошо предсказывает амплитуду развитых волн и форму

волновой поверхности ривулета, за исключением одной особенности: впереди основного пика отсутствует высокий коротковолновый гребень, который наблюдался в экспериментах [8] в широком диапазоне частоты возбуждения. Существенное расхождение между результатами численного моделирования и экспериментом имеется по скорости волны (и, как следствие, по длине волны) – расчетные значения скорости волны в 1,4-1,7 раз меньше, чем экспериментальные. В частности, расчет дает значения скорости волн меньше, чем для пленочного течения, а экспериментальные значения скорости больше, чем в пленке. Заниженные расчетные значения скорости волны, а также отсутствие в расчетах «двугорбых» волн пока не имеют четкого объяснения; разрешение этих вопросов требует дальнейшего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Eres M.H., Schwarts L.W., Roy R.V. Fingering phenomena for driven coating films // Phys. Fluids. 2000. Vol. 12, No 6. P. 1278–1295.
2. Kondic L., Diez J. Pattern formation in the flow of thin films down an incline: Constant flux configuration // Phys. Fluids. 2001. Vol. 13, No 11. P. 3168–3184
3. Gajewsk A. Contact angle and rivulet width hysteresis on metallic surfaces. Part I: With heated surface // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2008. Vol. 51. P. 5762–5771.
4. Gajewsk A. Contact angle and rivulet width hysteresis on metallic surfaces. Part II: With cooled surface // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2009. Vol. 52. P. 3197–3204.
5. Perazzo C.A., Gratton, J., Navier–Stokes solutions for parallel flow in rivulets on an inclined plane. // J. Fluid Mech. 2004. Vol. 507. P. 367–379.
6. Alekseenko S.V., Markovich D.M., Shtork S.I. Wave flow of rivulets on the outer surface of an inclined cylinder // Phys. Fluids. 1996. Vol. 8. P. 3288-2939.
7. Alekseenko S.V., Bobylev A.V., Markovich D.M. Rivulet flow on the outer surface of an inclined cylinder // J. Engng. Thermophys. 2008. Vol. 17. No 4. P. 259-272.
8. Alekseenko S.V., Bobylev A.V., Guzanov V.V., Markovich D.M., Kharlamov S.M. Regular waves on vertical falling rivulets at different wetting contact angles // Thermophysics and Aeromechanics 2010. Vol.17, N 3. P. 345–357.
9. Шкадов В.Я. Волновые режимы течения тонкого слоя вязкой жидкости под действием силы тяжести // Изв. АН СССР. МЖГ. –1967 –№ 1. – С. 43-51

   Shkadov V.Ya. (1967), “Wave modes in the flow of thin layer of a viscous liquid under the action of gravity”, Izv. Acad. Nauk SSSR, Mech. Zhid. Gaza, No 1, pp. 43-51
10. Argyriadi K., Serifi K., Bontozoglou V. Nonlinear dynamics of inclined films under low-frequency forcing. // Phys. Fluids. 2004, Vol. 16, P. 2457–2468.