УДК 536.24

РЕЗОНАНСНЫЕ ПРЕДВЕСТНИКИ В ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СМЕСЯХ

Гасенко В.Г., Горелик Р.С., Тимкин Л.С.

Институт теплофизики СО РАН, Новосибирск, Россия

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-02-01009а

АННОТАЦИЯ

В экспериментах по эволюции импульсов давления в газожидкостной смеси в вертикальной ударной трубе обнаружены два типа предвестников, распространяющихся со скоростью звука в чистой жидкости, в то время как основной импульс давления распространяется с низкой равновесной скоростью звука и эволюционирует в соответствии с уравнением Бюргерса-Кортевега-де-Вриза. Первый - высокочастотный предвестник является предвестником Зоммерфельда, ввиду совпадения дисперсионного уравнения пузырьковой смеси и диэлектриков в модели Лоренца и осциллирует на частоте, близкой к «плазменной». Второй – резонансный предвестник, обнаружен авторами впервые. Частота пульсаций второго предвестника близка к резонансной частоте пузырьков и на порядок ниже частоты пульсаций предвестника Зоммерфельда. Резонансный предвестник имеет существенно большую амплитуду пульсаций, меньшее затухание и в рамках гомогенной модели газожидкостной смеси не описывается. Обнаруженному резонансному предвестнику дано объяснение в рамках простой гетерогенной модели пузырьковой жидкости.

ВВЕДЕНИЕ

При распространении волн в средах с нелинейной дисперсией от основной волны могут отделяться и уходить впереди основной волны предвестники, распространяющиеся с большей скоростью. Предвестники волн представляют интерес как для экспериментального [1], так и для теоретического изучения [2]. Предвестники, порожденные импульсом электромагнитной волны в среде Лоренца (диэлектрике, состоящим из набора N электронных осцилляторов) описываются резонансным дисперсионным уравнением:

$$k^2 = \frac{w^2}{c^2}\left(1 - \sum_{i=1}^{N} \frac{w_{pi}^2}{w^2 - w_i^2 - i v_i w}\right) \qquad (1)$$

где c – предельная скорость, w_i – резонансные частоты осцилляторов, w_{pi} – плазменные частоты, v_i – коэффициенты затухания свободных колебаний осцилляторов. Первые эксперименты были проведены Зоммерфельдом и Бриллюэном в начале 20-го века. В отсутствии диссипации дисперсионная кривая (1) имеет $N+1$ отдельных ветвей, разделённых окнами непрозрачности, которые при наличии диссипации могут перекрываться.

Газожидкостная смесь с пузырьковой структурой состоит из осцилляторов − пузырьков газа, поэтому ее дисперсионное уравнение, впервые приведённое Карстенсеном и Фолди и подтвержденное экспериментально Фоксом, Керли и Ларсеном, в однорезонансном случае совпадает с (1), где $c = c_f$ − скорость звука в чистой жидкости. А “плазменные” частоты - $w_{pi}^2 = \alpha_i w_i^2 c_f^2 / c_0^2$ определяются через параметры смеси: низкочастотную скорость звука Мэллока $c_0^2 = \gamma p_0 / \rho_0 \varphi_0$, полное газосодержащие $\varphi_0 = \sum \varphi_i$, относительные объёмные газосодержание $\alpha_i = \varphi_i / \varphi_0$, частоты собственных колебаний газовых пузырьков - $w_i^2 = 3\gamma p_0 / \upsilon_l R_i$. Здесь R_i радиус пузырьков в безграничной жидкости а γ -показатель адиабаты. Коэффициенты затухания $v_i = 2\mu w_i^2 / c_0^2$ определены через эффективный коэффициент диссипации μ, учитывающий вязкость жидкости, потери колебаний пузырьков на акустическое излучение и тепловые потери.

В газожидкостных смесях импульсы давления не заполнены несущей частотой и функция

Грина в приближении $k \sim w/c - w_{p1}^2/2c(w - iv_1)$ для предвестника Зоммерфельда, имеет вид [3, 12]:

$$h_S = e^{-v_1 t_*}\left[\delta(t_*) - \sqrt{\frac{w_{p1}^2 x}{2ct_*}} J_1\left(2\sqrt{\frac{w_{p1}^2 x t_*}{2c}}\right)\right] \quad (2)$$

где $t_* = t - x/c$, J_1 – функция Бесселя. В отличие от решения Зоммерфельда (2) содержит дополнительно дельта функцию, дающую упругий предвестник. Решение хорошо передаёт огибающую предвестника Зоммерфельда, но не его частоту, что отмечено в [2].

Пузырьковая жидкость – существенно нелинейная среда. Нелинейное волновое уравнение с резонансной дисперсией (1) имеет порядок $2N+2$. В приближениях гомогенной модели уравнение для безразмерного возмущения давления имеет вид [4]:

$$p_{xx} - \frac{1}{c_f^2} p_{tt} + \frac{1}{c_f^2}\sum_{i=1}^{N} w_{pi}^2 \frac{p_{tt} - c_0^2 \frac{\gamma+1}{2\gamma} p_{xx}^2}{D^2 + w_i^2 - v_i D} \quad (3)$$

В однорезонансном случае (3) переходит в двухволновое нелинейное волновое уравнение (ДНВ):

$$p_{xx} - \frac{1}{c_1^2} p_{tt} + \frac{v_1}{w_1^2}\left(p_{xx} - \frac{1}{c_f^2} p_{tt}\right)_{tt} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} p_{xx}^2 + \frac{v_1}{w_1^2}\left(p_{xx} - \frac{1}{c_f^2} p_{tt}\right)_t = 0 \quad (4)$$

Заменой $\partial/\partial t = -c_1 \partial/\partial x$ (4) приводится к уравнению Бюргерса-Кортевега-де-Вриза (БКВ) для скорости $u = pc_1(\gamma+1)/2\gamma$:

$$u_t + c_1 u_x + uu_x - \mu u_{xx} + \beta u_{xxx} = 0 \quad (5)$$

где $c_1^{-2} = c_f^{-2} + c_0^{-2}$, $\beta = c_1^3/2w_1^2$. Приближение БКВ (5) для газожидкостных смесей экспериментально подтверждено на ударных трубах [5]. В зависимости от амплитуды и длительности входной импульс давления распадается на линейный волновой пакет, либо на последовательность солитонов, которые вследствие диссипации расплываются и сливаются в треугольную волну Бюргерса.

Численные решения уравнений ДНВ и БКВ [5] отличаются только для входных сигналов с крутым передним фронтом. В этом случае из сигнала выделяется предвестник Зоммерфельда, распространяющийся со скоростью звука в чистой жидкости, а основной сигнал эволюционирует согласно уравнению БКВ. Это подтверждается и прямым численным расчетом полной системы гидродинамических уравнений [6]. Динамика предвестника Зоммерфельда с высокой точностью описывается уравнением Кляйна-Гордона (КГ), следующим из ДНВ на высокочастотной ветви при замене $\partial^2/\partial t^2 = c_f^2 \partial^2/\partial t^2$, которое ввиду малости множителя c_c^2/c_f^2 оказывается линейным:

$$p_{tt} - c_f^2 p_{xx} + w_r^2 p + v_1 p_t = 0 \quad (6)$$

Функция Грина для уравнения (6) [7]:

$$h_S = e^{-vt_*}\delta(t_*) - \frac{w_* x e^{-vt_*}}{c_f t_*} J_1(w_* t_*) \quad (7)$$

где $t_*^2 = t^2 - x^2/c_f^2$, $w_*^2 = w_r^2 - v_1^2/4$ даёт фиксированную частоту колебаний хвоста предвестника Зоммерфельда ввиду более точной, чем в [2, 3] аппроксимации уравнения (1): $k^2 c_f^2 \approx w^2 - w_r^2 - iv_1 w$.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Целью данной работы является экспериментальное исследование предвестников в газожидкостной смеси. Работа проводилась на установке «Ударная труба» с диаметром канала 26 мм и высотой 2.5 м, Рис. 1.

Импульсы давления формировались в чистой жидкости в коленах, выполненных из трубы, того же диаметра, что и основная труба и присоединенных к ней снизу под углом 30 градусов. Импульсы создавались ударом сердечников электромагнитных соленоидов по мембранам, закрывающим торцы колена. Управление соленоидами позволяло получать импульсы давления длительностью от 0.2 до 2 мс с шириной фронта до 50 мкс и амплитудой от 0.01 до 0.6 МПа. Для регистрации давления использовались 4 датчика давления SPT-mv фирмы Honeywell с паспортной полосой пропускания более 10кГц. Первый датчик находился на расстоянии 120мм от сочленения колена с трубой, а последующие датчики на расстоянии 500мм друг от друга.

Датчики подключались к индивидуальным усилителям и опрашивались 16-разрядным АЦП с частотой дискретизации 40 кГц. Рабочая жидкость представляла собой 30% раствор глицерина в воде с плотностью 1008кг/м^3. Пузырьки формировались путём подачи сжатого воздуха через отверстия диаметром 0.14мм в большой объём воды ниже ударного генерато-

ра и направлялись в канал конусной вставкой. Наличие в рабочей жидкости микропузырьков, диаметром менее 0.1 мм, понижает скорость звука в жидкости до 900 м/с. Такая жидкость здесь и далее называется чистой.

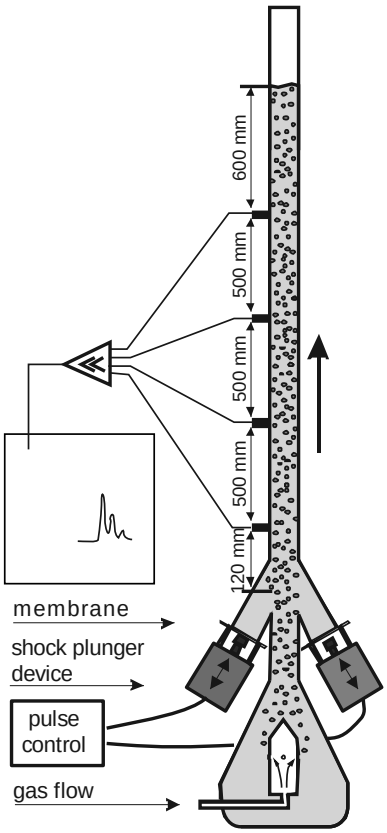

Рис.1 Схема экспериментальной установки.

Ранее предвестники наблюдались в пузырьковых завесах в бассейнах при инициации импульсов давления взрывами малых зарядов [7]. Однако их структура и частота не были изучены. Предвестники наблюдались также во взвеси микропузырьков (R = 3÷5мкм) [8], при эволюции 50-наносекундного импульса давления, инициированного оптическим импульсом. Сильное затухание и малая длина распространения позволила авторам наблюдать только начальную стадию формирования предвестников. Реальные сигналы всегда имеют конечную скорость нарастания фронта *r*. Амплитуда предвестника A_f зависит от *r* и граничной частоты w_r как в [2]:

$$A_f \approx r w_r / (w_r^2 + r^2)$$

При используемых в экспериментах пузырьках радиусом 1.5 мм, за счёт малого газосодержания $\varphi_0 = 0.5\%$ резонансная частота $w_1 / 2\pi$ снижалась до 1.7 кГц, а равновесная скорость c_0 до 150 м/с.

В экспериментах выполнялось условие гомогенности пузырьковой смеси $l_{s1}, \lambda_s \gg l_1 \gg 2R_1$, где $l_{s1} = 4c_2 / w_1 \sqrt{1 + 3\gamma/(\gamma+1)p_s} \approx 92$ мм – ширина солитона БКВ с амплитудой $p_s = 1$, $\lambda_s = 2\pi c_f / w_r \approx 69$ мм – длина волны предвестника Зоммерфельда, $l_1 = R_1 (4\pi / 3\varphi_0)^{1/3} \approx 14$ мм – расстояние между крупными пузырьками при их кубической упаковке. При наличии двух размеров пузырьков уравнение (3) переходит в трёхволновое нелинейное волновое уравнение (ТНВ) [9], записанное в бездиссипативном случае:

$$p_{xx} - \frac{p_{tt}}{c_1^2} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} p_{xx}^2 + \beta_2 \left(p_{xx} - \frac{p_{tt}}{c_f^2} \right)_{4t} + \beta_1 \left(p_{xx} - \frac{p_{tt}}{c_1^2} + \frac{\gamma+1}{2\gamma} \frac{c_1^2 \beta_3}{c_0^2 \beta_1} p_{xx}^2 \right)_{tt} = 0. \quad (8)$$

Здесь $\beta_1 = w_1^{-2} + w_2^{-2}$, $\beta_2 = w_1^{-2} w_2^{-2}$, $\beta_3 = \alpha_2 w_1^{-2} + \alpha_1 w_2^{-2}$ и $c_2^{-2} = c_f^{-2} + c_0^{-2} \beta_3 / \beta_1$.

В случае $\alpha_2 \ll \alpha_1$ и $w_2 \gg w_1$ имеем $\beta_1 \approx w_1^{-2}$, $\beta_3 / \beta_1 \approx \alpha_1 w_1^2 / w_2^2 + \alpha_2 \ll 1$ и коэффициент при втором нелинейном члене оказывается малым. Относительный вклад высших дисперсионных членов $\beta_2 w^6 c_f^{-2} / \beta_1 w^4 c_2^{-2} \approx c_2^2 w^2 / c_f^2 w_2^{-2}$ в области частот $w < 10 w_1$ оказывается несущественным. В результате ТНВ (8) принимает форму ДНВ (4), где вместо скорости c_f стоит уменьшенная скорость в «чистой» жидкости c_2. В приводимых экспериментах $w_2 / w_1 \approx 30$, и скорость $c_2 = 900$ м/с согласно (8) достигается при относительных газосодержаниях $\alpha_1 = 0.983$ и $\alpha_2 = 0.017$. Расстояние между микропузырьками $l_{s2} \approx 14$ мм $< l_2$ мм $< l_2$ при такой концентрации также не нарушало условий гомогенности.

Профили давления при эволюции входного сигнала с пологим передним фронтом, полученного на мембране из неупругого пластика толщиной 3мм представлены на Рис. 2. Профили давления (a) и (b), снятые, соответственно, с первого и второго датчика отвечают эволюции сигнала в чистой жидкости. Профили (c), (d), (e) и (f), снятые с датчиков 1-4 отвечают эволюции такого же сигнала в газожидкостной смеси. Эволюция сигнала с пологим фронтом здесь соответствует модели уравнения БКВ, и сигнал распадается на три солитона, амплитуда которых вследствие диссипации уменьшается, они сливаются и превращаются в треугольную волну Бюргерса.

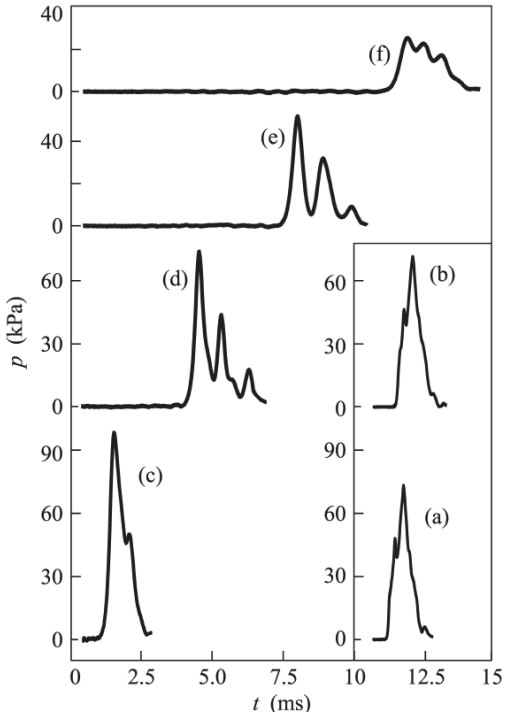

Рис.2 Профили давления при эволюции сигнала с пологим передним фронтом.

Эволюция входного сигнала в чистой жидкости с крутым передним фронтом, полученного на дюралевой мембране толщиной 3.3мм, показана на Рис. 3.

Изменение профилей давления (a), (b), (c) с первых трёх датчиков в чистой жидкости связано с проявлением дисперсии, вязкости и нелинейности жидкости с микропузырьками. Незначительность этих изменений позволяет считать газожидкостную смесь с микропузырьками - чистой жидкостью, т.е. однородной средой с пониженной скоростью звука. Эволюция сигнала с крутым передним фронтом в пузырьковой смеси показана на профилях (d), (e), (f), снятых, соответственно, с первого, второго и третьего датчика. Форма основного сигнала здесь также эволюционирует согласно уравнению БКВ, но отличается наличием предвестников, движущихся со скоростью звука в чистой жидкости. Предвестник на фронте Рис. 3d показан в увеличенном масштабе (Рис. 3g). Предвестник представляет собой суперпозицию одного периода колебаний на частоте w_1 и около 11 колебаний предвестника Зоммерфельда на частоте w_r, движущихся с одинаковой скоростью c_2. Измеренные значения c_0 и c_2 между первым и вторым датчиками составили 154 и 869 м/с, а между вторым и третьим − 143 и 833 м/с. Различия в скоростях звука между разными датчиками здесь связано с увеличением газосодержания за счёт снижения статического давления по высоте трубы.

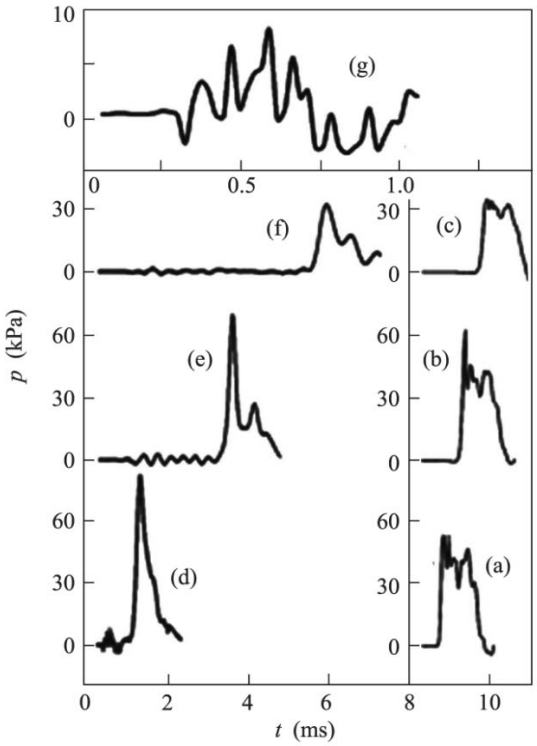

Рис.3 Профили давления при эволюции сигнала с крутым передним фронтом.

Cos-Фурье спектры предвестников, выделенных на профилях давления (d), (e) и (f) на Рис. 3, приведены на Рис. 4a, 4b и 4c соответственно.

Различие в плотностях заполнения спектров связано с различным количеством приходящихся на предвестники точек отсчёта, снятых с разных датчиков. Предвестником считался сигнал от начала реализации до точки последнего локального минимума перед основным сигналом (Рис. 3g)

На спектре Рис. 3a отчётливо выделяются два максимума на частотах 1.67 и 9.44 кГц, отвечающих соответственно резонансному предвестнику и предвестнику Зоммерфельда. Их амплитуды сопоставимы и отличаются в 1.72 раза. На спектре Рис. 3b частоты предвестников составляют соответственно 1.79 и 9.58 кГц, но относительная амплитуда предвестника Зоммерфельда в 6.26 раз ниже.

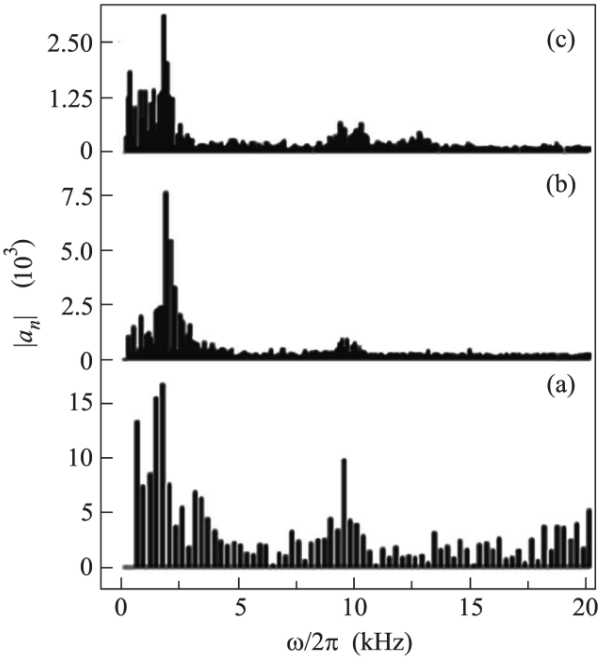

Рис.4 Фурье спектры (a), (b), (c) предвестников с профилей давления (d), (e), (f) на Рис. 3.

Вычисленные и измеренные по спектрам предвестников значения c_0 и c_2 практически совпали и составили соответственно – 1.72 и 10.2 кГц, что в первом случае совпадает с резонансной частотой пульсаций пузырьков $w_1/2\pi$, а во втором случае с частотой $w_*/2\pi$ - в решении (7) для предвестника Зоммерфельда. Существование же резонансного предвестника в рамках ни одной из известных гомогенных моделей газожидкостных смесей уравнениями (3) - (8) не описывается.

Очевидно, что теоретическое обоснование существования резонансных предвестников следует искать в рамках гетерогенных моделей, учитывающих межпузырьковое пространство как выделенный канал чистой жидкости. В существующих работах по гетерогенным моделям, например, [10] трехмерное акустическое поле рассчитывается как сумма рассеянных от каждого пузырька полей. Это предполагает только численные расчеты и затрудняет аналитические оценки. Рассмотрим данную задачу в упрощенной двумерной постановке, считая газожидкостный канал плоским и расслоенным по середине. Примем ширину канала равной диаметру трубы d. Линейные волновые уравнения для потенциалов скоростей в чистой жидкости и в газожидкостной смеси в бездиссипативном случае примут вид

$$\Delta\Phi - c_f^{-2}\Phi_{tt} = 0,$$
$$\Delta\Psi - c_1^{-2}\Psi_{tt} + w_1^{-2}\Delta\Psi_{tt} = 0 \qquad (9)$$

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. Решения (9) для бегущих волн $\Phi = \phi(y)e^{iwt-ikx}$ и $\Psi = \varphi(y)e^{iwt-ikx}$ с нулевыми граничными условиями на стенках канала $\phi_y(0) = 0$ и $\varphi_y(d) = 0$ имеют вид $\phi = A\cos(ay)$ и $\varphi = B[\tan(bd)\sin(by) + \cos(by)]$. Дополнительные граничные условия на границе раздела: $\phi_y(d/2) = \varphi_y(d/2)$ и $\phi(d/2) = \varphi(d/2)$, отвечающих соответственно равенству скоростей и давлений приводят к системе однородных уравнений относительно амплитуд A и B, условием разрешением которых является равенство нулю их определителя:

$$a\tan(ad/2) + b\tan(bd/2) = 0, \qquad (10)$$

где $a^2 = w^2/c_f^2 - k^2$ и $b^2 = (w^2/c_1^2)(1 - w^2/w_1^2) - k^2$. Уравнение (10) является искомым дисперсионным уравнением с множеством решений $k(w)$, отражающих различные моды двумерных волн в акустическом волноводе, и в общем случае разрешается только численно. При $ad, bd \ll 1$ при учете только первого члена разложения из (10) следует дисперсионное уравнение $a^2 + b^2 = 0$, совпадающее с однорезонансным дисперсионным уравнением (1), но с усредненным по всей ширине канала газосодержанием. Смысл решений (10) становится понятнее при рассмотрении волн в каждом слое отдельно, приравнивая нулю каждое из слагаемых в (10). В слое чистой жидкости в этом случае условие $ad = 2\pi n$ приводит к дисперсионному уравнению для фазовой скорости $V(w) = w/k$ для каждой n - ой моды колебаний:

$$V_{an}(w) = c_f\sqrt{\frac{w^2}{w^2 - w_{an}^2}}, \quad w_{an} = \frac{2c_f\pi}{d}n, \qquad (11)$$

а в пузырьковом слое условие $bd = 2\pi m$ дает более сложное дисперсионное уравнение для каждой моды волн.

$$V_{bm}(w) = c_1\frac{w_{bm}w}{\Omega_m w_1}\sqrt{\frac{w^2 - w_1^2}{w^2 - w_{bm}^2}},$$
$$\Omega_m = \frac{2c_1\pi}{d}m, w_{bm}^{-2} = \Omega_m^{-2} + w_1^{-2} \qquad (12)$$

Здесь w_{an} и Ω_m − гармоники собственных колебаний жидкостного и газожидкостного каналов соответственно, w_{bm} − частота отсечки газожидкостного канала. Дисперсионные кривые (11) и (12) для первых четырех мод $m, n = 0,1,2,3$ приведены на Рис. 5 для модельного расчета, отвечающего широкому газожидкостному каналу и узкому жидкостному каналу. Моды $m, n = 0$ отвечают одномерным волнам, $m, n \neq 0$ − двумерным.

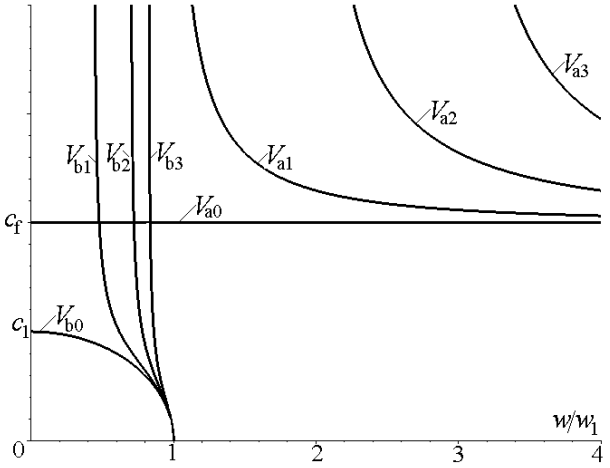

Рис.5 Дисперсионные кривые раздельных мод колебаний в расслоенном модельном канале.

В широком газожидкостном канале частоты отсечек расслоены и $w_{bm}/w_1 \le 1$, а в узком $w_{b1}/w_1 - 1 \ll 1$. Реальный канал в эксперименте существенно узок: $w_{b1}/w_1 = 0.9988$. Тип газожидкостного канала как широкого определен по величине $w_{an}/w_1 > 1$. В этом случае частными решениями (10) будет множество точек пересечения кривых V_{an} и V_{bm}, а не только кривой V_{a0}. Очевидно, что в реальном канале за величину d следует брать расстояние между пузырьками. По этому критерию жидкостный канал остается узким.

Таким образом, дисперсионная кривая резонансных предвестников будет находится в области точек пересечения прямой $V_{a0} = c_f$ с кривыми $V_{bm}(m > 0)$ в диапазоне частот $w_1 > w > 0.9988 w_1$, что и наблюдалось экспериментально. Реальный вид дисперсионных кривых, полученный численным решением (10) приведен на Рис. 6. Здесь для наглядности жидкостный и газожидкостный каналы взяты широкими и для сравнения пунктиром приведены кривые V_{an} и V_{bm}.

Полученный результат принципиально не изменится при усложнении задачи в цилиндрическом канале и произвольном расположении точки расслоения газожидкостной смеси. Усложнение волновой картины резонансных предвестников и ее зависимость от точки расслоения возникает только в широких каналах, где $\Omega_1 \ll w_1$ и $w_{a1} \ll w_1$, как это показано на Рис. 6.

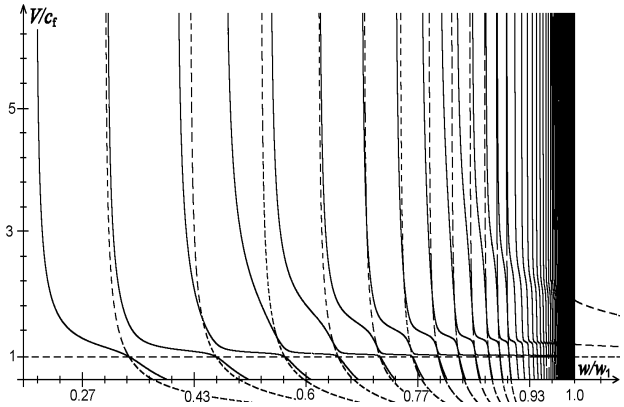

Рис.6 Дисперсионные кривые уравнения (10) в расслоенном газожидкостном канале.

ВЫВОДЫ

Таким образом, при эволюции входного сигнала с крутым передним фронтом в газожидкостной смеси с пузырьковой структурой в вертикальной трубе экспериментально наблюдалось выделение двух видов предвестников, распространяющихся со скоростью звука в чистой жидкости. А именно - зафиксированы высокочастотные предвестники Зоммерфельда и резонансные предвестники, являющиеся не нулевой модой волны в акустическом волноводе. Частоты колебаний предвестников отвечают соответственно верхней – «плазменной» - w_r и нижней – «резонансной» - w_1 граничным частотам окна непрозрачности.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Aaviksoo, J. Kuhl and K. Ploog (1991). “Observation of Optical Precursors at Pulse Propogation in Ga As.” Phys. Rev. A. Vol. 44, pp. 5353-5356.
2. B. Maske and B. Segard (2012). ”Simple Asimptotic Forms for Sommerfeld and Brilouin Precursos.” Phys. Rev. A. N ‘ms. journal@triacon.org’ 86, pp. 013837-1-13.
3. В.А. Ларичев, Г.А. Максимов (1998). ”Описание релаксационных и резонанс-

ных свойств в акустических средах в рамках термодинамического подхода." Акустический журнал. Т. 44. № 6, с. 814-822.

V.A. Larichev, G.F. Maksimov (1998). "Relaxation and Resonance Propeties of Acoustical Media in the Thermodynamic Approach: the Problem of Uniform Description." V. 44, N 6, pp. 814-822.

4. Гасенко В.Г., Горелик Р.С., Тимкин Л.С. (2013). "Предвестники в газожидкостных смесях." Письма в ЖЭТФ. Т. 98. № 4, с. 221-227.

V.G. Gasenko., R.S. Gorelik., V.E. Nakoryakov and L.S. Timkin (2013). "Precursos in Gas Liquid mixtures." JETP Letters, Vol. 98, N 4, pp. 195-200.

5. Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. (1990). "Волновая динамика газо - и парожидкостных сред". М.: Энергоатомиздат, 248 с.

V.E. Nakoryakov, B.G. Pokusaev, I.R. Shreiber (1990). "Wave Propagation in Gas-Liquid Media." M.: Energoatomizdat, 248.

6. K. Ando, T. Colonius and C.E. Brennen (2011). "Numerical Simulation of Shock Propagation in a Polydisperse bubbly Flow." IJMF. Vol. 37. N 6, pp. 596-608.

7. В.К. Кедринский (2000). "Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели." Новосибирск: Из-во СО РАН.

V.K.Kedrinskii (2000). "Hydrodynamics of Explosion (experiments and models)." Siberian Division of the Russian Academy of Science Publisher, Novosibirsk.

8. А.А. Карабутов, В.А. Ларичев, Г.А. Максимов, И.М. Пеливанов, Н.Б.Подымова (2006). "Динамика релаксации широкополосного наносекундного акустического импульса в пузырьковой среде." Акустический журнал. Т. 52. № 5, с. 676-682.

A.A. Karbutov, V.A. Larichev, G.A. Maximov, L.M. Pelivanov and N.B. Podymova (2006). "Relaxation Dynamics a Droabend Nanosecond Acoustic Pulse in a bubbly medium." Acoustical Physics, Vol. 52, N 5, pp. 582-588.

9. V.G. Gasenko and V.E. Nakoryakov (2007). "Nonlinear Three-wave eqwiation for a Polydispersive Gas-Liquid Mixture." J. Eng. Thermophysics. Vol. 17. N 3, pp. 158-165.

10. K. Wang and Z. Ye (2001). "Acoustic Pulse Propogation and Localization in Bubbly Water." Phys.Rev.E. Vol. 64, pp. 056607-1-9.