УДК 519.63:621.37:621.3.049.76

ОСОБЕННОСТИ PULL-IN ЭФФЕКТА В ОДНОКОНДЕНСАТОРНЫХ МЭМС

Глухов А.В.[1], Драгунов В.П.[2], Князев И.В.[1], Доржиев В.Ю.[2]

[1]ОАО «Новосибирский завод полупроводниковых приборов с особым конструкторским бюро», Новосибирск, Россия
[2]Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

Проведен анализ особенностей функционирования одноконденсаторных микроэлектромеханических систем (МЭМС) с плоскопараллельной и гребенчатой конструкциями электродов с учетом электромеханических взаимодействий. Рассмотрено влияние начальных условий. Анализ проводился с помощью исследования фазовых траекторий. Показано, что допустимые значения напряжения источника питания – $V_{0,кр}$, при которых эффект схлопывания еще не проявляется для двухэлектродных МЭМС с плоскопараллельной конструкцией электродов, превышают соответствующие значения для МЭМС с гребенчатой конструкцией электродов. Установлено, что на начальном этапе работы эффект схлопывания в данных МЭМС может наблюдаться и при напряжениях источника питания, существенно меньших значений $V_{0,кр}$, которые определяются лишь из условия статического равновесия. Получены выражения, позволяющие определить область начальных условий (смещений и скоростей), при которых эффект схлопывания электродов не проявляется. Показано, что вес подвижного электрода может существенно влиять на отсутствие и проявление эффекта схлопывания.

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день одним из интенсивно развивающихся направлений микроэлектронной отрасли являются микроэлектромеханические системы (МЭМС). Важным классом МЭМС-устройств являются приборы с электростатическим управлением: микроманипуляторы, резонаторы, переключатели, СВЧ варакторы, виброгироскопы, преобразователи энергии и т.п. При этом основные параметры данных МЭМС (напряжение срабатывания, величина настройки емкости, диапазоны управляемого изменения емкости и положения в пространстве) во многом определяются диапазоном контролируемого перемещения подвижного электрода. Одной из основных причин, ограничивающих диапазон контролируемого перемещения подвижного электрода у электростатических МЭМС, является эффект схлопывания электродов (pull-in effect), который характеризуется критическим смещением подвижного электрода и критическим напряжением $V_{0,кр}$, превышение которых приводит к схлопыванию электродов, после чего система перестает реагировать на изменение напряжения. В настоящее время ведутся интенсивные поиски путей построения МЭМС, обеспечивающих улучшение их параметров в условиях проявления эффекта схлопывания.

Электромеханические взаимодействия носят сугубо нелинейный характер [1, 2]. Поэтому при анализе работы и оценке максимально достижимых характеристик системы, как правило, ограничиваются определением предельно допустимого напряжения источника питания исходя лишь из условия статического равновесия [3-5]. В то же время известно, что поведение колебательных систем на начальном этапе работы во многом определяется начальными условиями (смещением и скоростью подвижного элемента в момент $t_0 = 0$).

В данной работе проводится анализ влияния начальных условий на поведение одноконденсаторных МЭМС с изменяющимся межэлектродным зазором.

ДВУХЭЛЕКТРОДНАЯ МЭМС С ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ЭЛЕКТРОДАМИ

Как правило, современные МЭМС создаются с использованием технологий микроэлектроники. При этом добротность механических частей системы может достигать десятков тысяч [6, 7]. В результате

вклад диссипативной составляющей становится существенным за времена порядка десятков и даже сотен периодов собственных колебаний системы. Анализируя же роль начальных условий, мы можем ограничиться рассмотрением лишь короткого временного интервала длительностью всего в несколько периодов собственных колебаний системы, когда диссипативные процессы еще вносят малый вклад. Поэтому в дальнейшем будем предполагать, что на подвижный электрод действуют только три силы: сила упругости пружин, электростатическая сила и сила веса F_0.

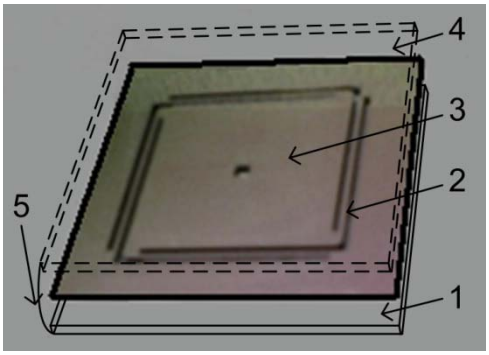

Рис. 1 Схема простейшей МЭМС

Сначала проанализируем влияние начальных условий на поведение простейшей двухэлектродной МЭМС (рис. 1), здесь 1, 3 – соответственно неподвижный и подвижный электроды; 2 – упругие подвесы.

В этом случае с учетом сделанных допущений уравнение равновесия (баланс сил) может быть представлено в виде

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+kx=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{2}\left(\frac{V_0}{d_0-x}\right)^2+F, \quad (1)$$

где m – масса подвижного электрода, k – коэффициент квазиупругой силы, x – величина смещения подвижного электрода от положения равновесия, d_0 – начальное расстояние между электродами, ε_0 – электрическая постоянная, ε – относительная диэлектрическая проницаемость, S – площадь электрода, V_0 – величина приложенного напряжения, F – значение проекции силы веса, направленной по нормали к поверхности подвижного электрода. В зависимости от ориентации системы в пространстве значение проекции силы веса, действующей по нормали к плоскости подвижного электрода, может изменяться от $-F_0$ до F_0.

Вводя безразмерные переменные $\lambda_{Sp}=CV_0^2/2kd^2$, $\tau=\omega_0 t$ и $z=(x-F/k)/d$ (здесь, $d=d_0(1-Sp)$, $C=\varepsilon_0\varepsilon S/d$, $\omega_0=\sqrt{k/m}$, $Sp=F/(kd_0)$), выражение (1) можно представить в виде

$$\frac{d^2z}{d\tau^2}+z=\frac{\lambda_{Sp}}{(1-z)^2}, \quad (2)$$

В этих обозначениях поведение системы определяется одним параметром λ_{Sp}, а уравнение, связывающее λ_{Sp} с координатой положения равновесия $\bar{z}$, принимает вид:

$$\Phi(\bar{z},\lambda_{Sp})=\bar{z}(1-\bar{z})^2-\lambda_{Sp}=0, \quad (3)$$

Выражение (3) при $\lambda_{Sp}=4/27$ имеет кратный корень $\bar{z}=1/3$, следовательно, 4/27 есть бифуркационное значение параметра λ_{Sp}. Если значение λ_{Sp} будет больше 4/27 = 0.148148…, то при любых начальных условиях подвижный электрод, в конце концов, с предельно возможной скоростью приблизится к неподвижному и произойдет соприкосновение электродов (pull-in - эффект). Как правило, в большинстве работ, где рассматриваются электромеханические взаимодействия в МЭМС, на определении этого критического значения λ_{Sp} (точнее $V_{0,кр}=\sqrt{2kd^2\lambda_{кр}/C_0}$), соответствующего условию статического равновесия, и останавливаются [3-5]. При этом остается не ясным всегда ли система будет устойчивой при произвольных начальных условиях, если значение λ_{Sp} меньше 4/27.

Электромеханические взаимодействия в МЭМС носят сугубо нелинейный характер поэтому анализ поведения электромеханической системы, описываемой уравнением (2), проведем с помощью исследования фазовых траекторий [8]. Для этого введем фазовые координаты

$$\upsilon=\frac{dz}{d\tau} \text{ и } \frac{d\upsilon}{d\tau}=\frac{\lambda_{Sp}}{(1-z)^2}-z, \quad (4)$$

Уравнение сепаратрисы получим, учтя условие, что сепаратриса проходит через особую точку типа седло (в нашем случае точка *b*). При этом уравнение сепаратрисы принимает вид:

$$\upsilon^2=\frac{2\lambda_{Sp}}{1-z}-z^2+b(\lambda_{Sp})^2-\frac{2\lambda_{Sp}}{1-b(\lambda_{Sp})}, \quad (5)$$

здесь $b(\lambda_{Sp})$ – z координата точки b. В нашем случае

$$b(\lambda_{Sp}) = -\frac{1}{12}A(\lambda_{Sp}) - \frac{1}{3A(\lambda_{Sp})} + \frac{2}{3} - i\sqrt{3}\left[\frac{1}{12}A(\lambda_{Sp}) - \frac{1}{3A(\lambda_{Sp})}\right],$$

где

$$A(\lambda_{Sp}) = \sqrt[3]{108\lambda_{Sp} - 8 + 12\sqrt{81\lambda_{Sp}^2 - 12\lambda_{Sp}}}\ .$$

На рис. 2 приведены интегральные кривые – сепаратрисы, рассчитанные с использованием (5) для нескольких значений λ_{Sp}.

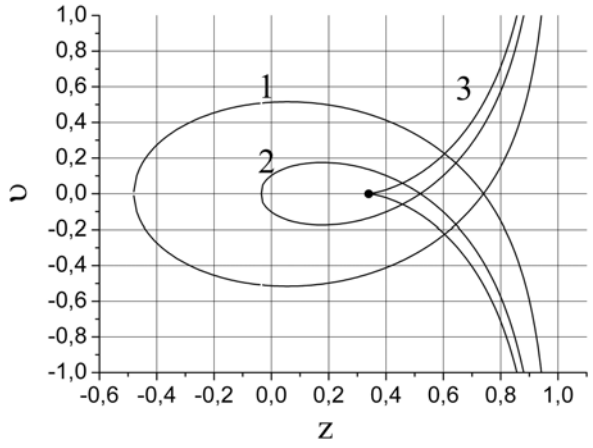

Рис. 2 Интегральные кривые – сепаратрисы двухэлектродной МЭМС, для λ_{Sp}: (0.05) – *1*; (0.012) – *2* и (4/27) – *3*

Видно, что при увеличении λ_{Sp} обе особые точки сближаются, область начальных условий, соответствующих периодическим колебаниям сокращается, и при $\lambda_{Sp} = 4/27$ остается одна особая точка (результат слияния центра с седлом). Такая особая точка соответствует неустойчивому состоянию равновесия. В этом случае при любых начальных условиях подвижный электрод будет двигаться со все возрастающей скоростью по направлению к неподвижному до соприкосновения электродов.

Отметим, что согласно (5) и рис. 2 эффект схлопывания может иметь место и при $\lambda_{Sp} < 4/27$, если координаты изображающей точки, соответствующие начальным условиям $(z_{нач}, \upsilon_{нач})$, будут находиться вне области, ограниченной соответствующей сепаратрисой.

На рис. 3 приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (2) при $\lambda_{Sp} = 0.13$, нулевой начальной скорости, но не нулевом начальном смещении. Видно, что колебательный режим системы наблюдается лишь тогда, когда координата изображающей точки, соответствующая начальным условиям $(z_{нач}, 0)$, находится в области, ограниченной сепаратрисой, соответствующей $\lambda_{Sp} = 0.13$ (кривые 2 и 3).

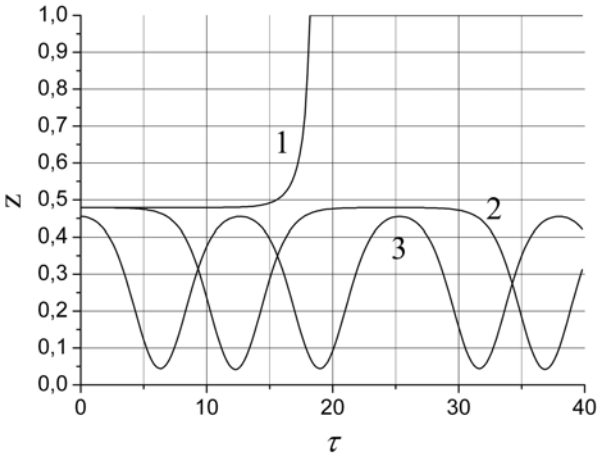

Рис. 3 Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при $\lambda_{Sp} = 0.13$ и начальных условиях $(z_{\max}, 0)$ – *1*, $(0.9998 z_{\max}, 0)$ – *2*, и $(0.95 z_{\max}, 0)$ – *3*. Здесь $z_{\max} = b(\lambda_{Sp}) = 0.4790889$ – максимально допустимое значение начального смещения z, соответствующее $\lambda_{Sp} = 0.13$

Выражение (5), в частности, позволяет сделать заключение и о том при каком максимальном значении λ_{Sp} эффект схлопывания не проявится при нулевых начальных условиях, часто встречающихся на практике. Решая систему (3), (5) с учетом того, что данная сепаратриса должна проходить через точку (0,0), получим, что при нулевых начальных условиях эффект схлопывания не будет иметь место в случае, если $\lambda_{Sp} < 1/8$. При этом относительная амплитуда собственных колебаний не превысит 0.5.

На рис. 4 (сплошными линиями) приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (2) при нулевых начальных условиях для нескольких значений λ_{Sp}.

Видно, что по мере увеличения λ_{Sp} форма колебаний все более отличается от гармонической (оставаясь периодической), а при $\lambda_{Sp} > 1/8$ проявляется эффект схлопывания.

При проведении анализа мы не учитывали возможные потери энергии. Для оценки влияния диссипативной составляющей введем в уравнение (1) слагаемое, учитывающее потери энергии механической системы. Предположив, что в первом приближении затухание пропорционально первой степени скорости смещения подвижного электрода (вязкое трение) выражение (2) можно представить в виде:

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + \frac{1}{Q}\frac{dz}{d\tau} + z = \frac{\lambda_{Sp}}{(1-z)^2}, \qquad (6)$$

где Q – добротность механической системы.

На рис. 4 (точками) приведены зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные с использованием (6) для нескольких значений λ_{Sp} при нулевых начальных условиях и $Q = 50$. Видно, что на начальном этапе даже при такой не самой высокой добротности системы учет потерь энергии в первую очередь проявляется на зависимостях смещения подвижного электрода от времени, рассчитанных для λ_{Sp} близких к $\lambda_{Sp} = 1/8$. В тоже время зависимость, рассчитанная для

$$\lambda_{Sp} = 1.05 \cdot 1/8 = 0.131$$

(т.е. превышающего критическое значение всего на 5%), практически не изменилась. Таким образом, можно предположить, что для $Q > 50$ выражения, полученные ранее без учета потерь, будут достаточно адекватно учитывать влияние начальных условий на эффект схлопывания.

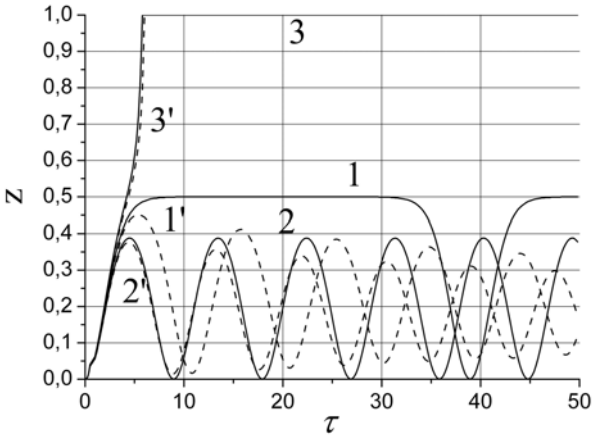

Рис. 4 Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при нулевых начальных условиях для λ_{Sp}: 0.125 – *1*, 0.119 – *2* и 0.131 – *3*

МЭМС С ГРЕБЕНЧАТОЙ КОНСТРУКЦИЕЙ ЭЛЕКТРОДОВ

В ряде случаев для расширения возможностей МЭМС применяется гребенчатая или встречно-штыревая конструкция электродов [9, 10]. При такой конструкции подвижный электрод (обозначен цифрой 3 на рис. 1) перемещается между двумя неподвижными электродами (1 и 4 на рис. 1), электрически соединенными между собой (соединение 5 на рис. 1).

В этом случае при сделанных ранее допущениях и отсутствии силы F_0 уравнение равновесия (аналог (2)) принимает вид:

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} + z = \frac{4\lambda \cdot z}{(1-z^2)^2}, \qquad (7)$$

здесь $z = x/d_0$, $\lambda = C_0 V_0^2 / 2kd_0^2$, а $C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon S / d_0$. Видно, что поведение данной системы также определяется одним параметром λ, а уравнение, связывающее параметр λ с координатой положения равновесия $\bar{z}$, принимает вид:

$$\Phi(\bar{z}, \lambda) = \bar{z}(1-\bar{z}^2)^2 - 4\lambda\bar{z} = 0, \qquad (8)$$

Выражение (8) при $\lambda = 1/4$ имеет кратный корень. Таким образом, в этом случае бифуркационное значение параметра $\lambda = 1/4$. Следовательно, если значение λ будет больше $1/4$, то при любых начальных условиях подвижный электрод, в конце концов, приблизится к неподвижному, и произойдет соприкосновение электродов (схлопывание). Отметим, что это значение превышает соответствующее значение для двухэлектродных МЭМС с плоскопараллельной конструкцией электродов.

Проведем анализ, будет ли система устойчивой при произвольных начальных условиях, если значение λ меньше $1/4$.

Для этого опять введем фазовые координаты

$$\upsilon = \frac{dz}{d\tau} \text{ и } \frac{d\upsilon}{d\tau} = \frac{4\lambda \cdot z}{(1-z^2)^2} - z, \qquad (9)$$

В этих обозначениях уравнение для интегральных кривых принимает вид

$$\upsilon^2 = \frac{4\lambda}{1-z^2} - z^2 + C, \qquad (10)$$

здесь C – константа интегрирования.

Уравнение сепаратрисы для данного случая получим, подставив в (10) условие, прохождения сепаратрисы через особую точку типа седло. При этом уравнение сепаратрисы принимает вид:

$$\upsilon^2 = \frac{4\lambda}{1-z^2} - z^2 + 1 - 4\sqrt{\lambda}, \qquad (11)$$

На рис. 5 приведены интегральные кривые – сепаратрисы, рассчитанные для нескольких значений $\lambda = 0.15$, 0.2 и 0.25. Видно, что при увеличении λ особые точки (центр (*a*) с координатами (0,0) и седло (*b*) с координатами $(\pm\sqrt{1-2\sqrt{\lambda}}, 0)$) сближаются, область начальных условий, соответствующая периодическим колебаниям, сокращается, и при $\lambda = 1/4$ остается одна особая точка (седло). Она соответствует неустойчивому состоянию равновесия. В этом случае при любых начальных условиях подвижный электрод будет двигаться со все возрастающей скоростью по направлению к неподвижному.

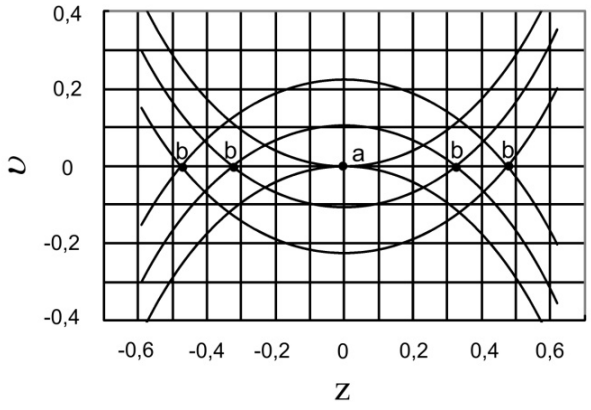

Рис. 5 Интегральные кривые – сепаратрисы для МЭМС с гребенчатыми электродами, рассчитанные для λ: (0,15) – *1*; (0,2) – *2*; (1/4) – *3*

Используя (11), при заданном λ можно установить, какие начальные условия попадают в область, ограниченную соответствующей сепаратрисой, и, следовательно, гарантируют отсутствие эффекта схлопывания. Например, согласно (11) при $\upsilon = 0$ эффект схлопывания будет отсутствовать, если начальное смещение $z < z_{\max} = \sqrt{1-2\sqrt{\lambda}}$.

На рис. 6 приведены зависимости смещения подвижного электрода от нормированного времени, рассчитанные с использованием (7) при $\lambda = 0.15$, нулевой начальной скорости, но не нулевом начальном смещении.

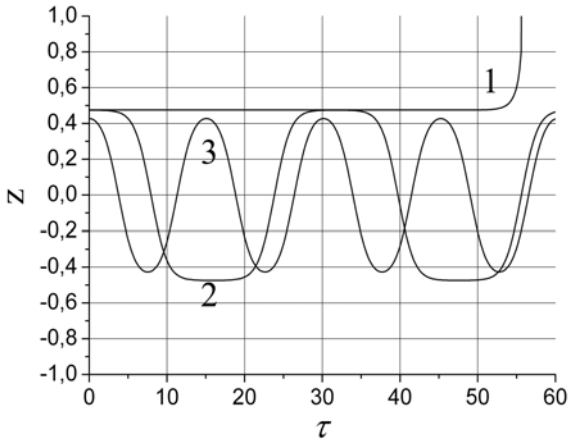

Рис. 6 Зависимости смещения подвижного электрода от времени, рассчитанные при $\lambda = 0.15$ и начальных условиях (z_{max},0) – *1*; (0.999z_{max},0) – *2*; (0.9z_{max},0) – *3*. Здесь $z_{\max} = 0.4747666$ – максимально допустимое значение начального смещения z, соответствующее $\lambda = 0.15$

Видно, что если начальное смещение подвижного электрода превышает z_{max}, в системе наблюдается эффект схлопывания.

ВЫВОДЫ

- Проведен анализ влияния начальных условий на поведение одноконденсаторных МЭМС с плоскопараллельной и гребенчатой конструкциями электродов с учетом электромеханических взаимодействий.
- Показано, что на начальном этапе работы эффект схлопывания может наблюдаться в данных МЭМС

и при напряжениях источника питания меньших , которые определяются из условия статического равновесия.

- Получены выражения, позволяющие определить область начальных условий (смещений и скоростей), при которых эффект схлопывания электродов не проявляется.
- Показано, что вес подвижного электрода может существенно влиять на отсутствие и проявление эффекта схлопывания, что необходимо учитывать при проектировании МЭМС-устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Драгунов В.П., Остертак Д.И. Электростатические взаимодействия в МЭМС с плоскопараллельными электродами. Часть II. Расчет электростатических сил // Нано-и микросистемная техника. - 2010.- № 8. - С. 40-47.

   Dragunov, V.P. and Ostertak, D.I. (2010). Electrostaticheskie vzaimodeystviya v MEMS s ploskoparallel'nymi эelektrodami. Chast 2. Raschet elektrostaticheskikh sil [Electrostatic interactions in MEMS with parallel electrodes. Part 2. Electrostatic forces calculation], Nano and microsystem technique, no.8. pp. 40-47.

2. Драгунов В.П., Доржиев В.Ю. Анализ влияния pull-in эффекта на параметры трехэлектродных МЭМС // Доклады Академии наук высшей школы Российской Федерации. - 2013. - № 2 (21). - С. 87-97.

   Dragunov, V.P. and Dorzhiev, V.Yu. (2013) Analiz vliyaniya pull-in effecta na parametry trekheletrodnykh MEMS [Analysis of influence of pull-in effect to 3-electrode MEMS parameters] // Reports of the Academy of Higher Education of the Russian Federation. no.2(21), pp. 87-97.

3. Pamidighantam Sayanu, Puers Robert, Baert Kris, Harrier A.C. Tilmans. Pull-in voltage analysis of electrostatically actuated beam structures with fixed-fixed and fixed-free end conditions // Jour. of micromechanics and microengineering. - 2002. - V. 12. - P. 458-464.

4. Karkkainen A., Nisnek N., Manninen A, Pesonen N. et al. Electrical stability of a MEMS-based AC voltage reference // Sensors and actuators A. -2007. - V. 137. - N 1. - P. 169-174.

5. Lu Miao, Lu Xuekun, Jang Min-Woo, A Stephen. Characterization of carbon nanotube nanoswitches with gigahertz resonance frequency and low pull-in voltages using electrostatic force macroscopy // Jour. of micromechanics and microengineering. - 2010. - V. 20. - N 10. - P. 105016-105023.

6. Rast S., Wattinger C., Gysin U., Meyr E. Dynamics of damped cantilevers. // Review of scientific instruments. - 2000. - V. 71. - N 7. - P. 2772-2775.

7. Yasumara Kevin Y., Stowe Timothy D., Chow Eugene M. Quality factors in micron- and submicron-thick cantilevers. // Jour. of microelectromechanical systems. - 2000. - V. 9. - N 1. - P. 117-125.

8. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука. 1981. - 568 с.

   Andronov, A.A., Vitt, A.A, Khaykin, S.E. (1981) Teoriya kolebaniy [Theory of oscillations], Science, Moscow, USSR.

9. Forke Roman, Scheibner Dirk, Mehner Jan E., Gessner T., Dotzel W. Electrostatic force coupling of MEMS oscillators for spectral vibration measurements // Sensors and actuators A. - 2008. - V. 142. - N 1. - P. 276-283.

10. Драгунов В.П., Остертак Д.И. Предельные характеристики микроэлектромеханических преобразователей энергии // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. - 2009.- № 1(34). - С. 129-141.

    Dragunov, V.P. and Ostertak, D.I. (2009). Predelnye kharakteristiki mikroelektromekhanicheskikh preobrazovateley energii [Limiting characteristics of MEMS energy converters], Scientific Bulletin of the Novosibirsk State Technical University, no.1(34), pp. 129-141.

© Глухов А.В., Драгунов В.П., Князев И.В., Доржиев В.Ю.