УДК 519.6, 532.51

ОЦЕНКА КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ СУСПЕНЗИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЕ

Шебелев А.В.[1], Гаврилов А.А.[2]

[1]*Сибирский Федеральный Университет, Красноярск, Россия*
[2]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия*

АННОТАЦИЯ

Приведены результаты тестирования методики расчета турбулентных двухфазных течений в круглой трубе, основанной на двухжидкостном подходе с кинетической моделью гранулированной среды. Проведены расчеты нескольких случаев в плоской и трехмерной постановке. Выполнено сравнение численных результатов между собой и с экспериментальными данными. Проведены методические расчеты для оценки влияния различных подмоделей на результаты моделирования. Получено хорошее согласование с экспериментальными данными.

ВВЕДЕНИЕ

Перемещение твердых сыпучих веществ по трубопроводам на значительные расстояния в настоящее время может быть принято в качестве альтернативного способа их доставки. В настоящее время в мире существует много трубопроводов, транспортирующих различные твердые материалы, такие как уголь, зола, известняк, фосфориты, медный концентрат и железный концентрат. В труднопроходимой местности, такая система транспортировки оказывается более предпочтительной по сравнению с обычными способами доставки, (железные дороги, автомобильные дороги и конвейеры) по ряду технических и экономических причин. Также двухфазные суспензии используются для выноса горной породы с пройденных участков бурильными машинами в нефтедобывающей отрасли.

Так как объемная концентрация твердых частиц в несущем потоке может достигать 50%, корректно предсказать характеристики потока аналитическими способами практически невозможно, а проведение экспериментальных работ для всех интересующих режимов течения зачастую невозможно. Все чаще используется подход, основанный на методах вычислительной гидродинамики, для исследования турбулентных дисперсных потоков в закрытых трубах.

В данной работе численно моделируется установившееся турбулентное течение суспензии в круглой трубе. Рассмотрены плоская и трехмерная постановка задачи на основе Эйлерова представления дисперсной фазы с кинетической моделью гранулированной среды.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Моделирование проводилось с использованием программного комплекса ANSYS Fluent. В данном программном комплексе используется подход гранулярной среды для описания течения плотной дисперсной среды. Напряжения твердой фазы определяются путем проведения аналоги между хаотическим движением частиц, возникающих при столкновениях частиц и теплового движения молекул в газе, принимая во внимание не упругость столкновений частиц дисперсной фазы. Как и в случае с газом, интенсивность пульсаций скорости частиц определяют напряжения, вязкость и давление твердой фазы. Кинетическая энергия, связанная с пульсациями скорости частиц представляет собой гранулярную температуру, которая пропорциональна среднему квадрату скорости пульсационного движения частиц. При введении в модель учёта хаотического движения частиц в уравнения сохранения импульса дисперсной фазы s добавляются соответствующие слагаемые.

Уравнение сохранения импульса несущей фазы имеет вид [1]:

$$\nabla\left(\alpha_f \rho_f \vec{u}_f \vec{u}_f\right) = -\alpha_f \nabla p + \nabla \bar{\bar{\tau}}_f + \alpha_f \rho_f \vec{g} + \sum_{l=1}^{N}\left(K_{sf}\left(\vec{u}_s - \vec{u}_f\right) + m_{fs}\vec{u}_{fs} - m_{fl}\vec{u}_{fl}\right) + \left(\vec{F}_f + \vec{F}_{lift,f} + \vec{F}_{vm,f} + \vec{F}_{td,f}\right) \quad (1)$$

© Шебелев А.В., Гаврилов А.А.

Уравнение сохранения импульса дисперсной фазы выглядит следующим образом [1]:

$$\nabla(\alpha_s \rho_s \vec{u}_s \vec{u}_s) = -\alpha_s \nabla p - p_s + \nabla \bar{\bar{\tau}}_s + \alpha_s \rho_s \vec{g} + \sum_{l=1}^{N} \left(K_{fs}(\vec{u}_f - \vec{u}_s) + m_{fs}\vec{u}_{fs} - m_{sf}\vec{u}_{sf}\right) + \left(\vec{F}_s + \vec{F}_{lift} + \vec{F}_{vm,s} + \vec{F}_{td,s}\right) \quad (2)$$

где $\bar{\bar{\tau}}_f$ и $\bar{\bar{\tau}}_S$ – тензор касательных напряжений жидкой и твердой фазы соответственно, которые определяются как:

$$\bar{\bar{\tau}}_f = \alpha_f \mu_f \left(\nabla \vec{u}_f + \vec{u}_f^{\,tr}\right) \quad (3)$$

$$\bar{\bar{\tau}}_s = \alpha_s \mu_s \left(\nabla \vec{u}_s + \vec{u}_s^{\,tr}\right) + \alpha_s \left(\lambda_s - \frac{2}{3}\mu_s\right) \nabla \vec{u}_s \bar{\bar{I}} \quad (4)$$

где: $\bar{\bar{I}}$ – единичный тензор, λ_S – объемная вязкость дисперсной фазы, определяемая моделью Lun-et-al [2]:

$$\lambda_s = \frac{4}{3}\alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss}(1+e_{ss})\left(\frac{\theta_s}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

где: d_s – диаметр частиц, e_{ss} – коэффициент восстановления, равный 0.9, θ_S – гранулярная температура, которая пропорциональна кинетической энергии хаотичного движения частиц, $g_{0,ss}$ – радиальная функция распределения, которая интерпретируется как вероятность столкновения частиц друг с другом

$$g_{0,ss} = \left[1 - \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_{s,\max}}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad (6)$$

$\alpha_{s,\max}$ – максимальная плотность упаковки, измеренная экспериментально для стеклянных шариков [3] и равная 0.63.

Динамическая вязкость μ_S, входящая в уравнение (4) определяется:

$$\mu_s = \mu_{s,col} + \mu_{s,fr} + \mu_{s,kin} \quad (7)$$

где $\mu_{s,col}$ – вязкость, вследствие столкновения частиц, $\mu_{s,fr}$ – вязкость, вследствие трения частиц при контакте, $\mu_{s,kin}$ – вязкость, вследствие пульсационного движения частиц.

Вязкость гранул, вызванная их столкновениями, входящая в формулу (7), определяется с помощью модели Gidaspow [2]:

$$\mu_{s,col} = \frac{4}{5}\alpha_s \rho_s d_s g_{0,ss}(1+e_{ss})\left(\frac{\theta_s}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha_s$$

Кинетическая составляющая вязкости, входящая в формулу (7), определяется с помощью модели Gidaspow [2]

$$\mu_{s,kin} = \frac{10\rho_s d_s \sqrt{\theta_s \pi}}{96\alpha_s(1+e_{ss})g_{0,ss}} * \left[1 + \frac{2}{5} g_{0,ss}\alpha_s(1+e_{ss})\right]^2 \alpha_s$$

Вязкость, вызванная трением частиц друг об друга:

$$\mu_{s,fr} = \frac{P_s \sin\phi}{2\sqrt{I_{2D}}} \quad (8)$$

I_{2D}– второй инвариант девиаторного тензора скоростей деформаций для твердой фазы, ϕ– угол внутреннего трения, выбранный в данной работе 30°, P_s – давление ансамбля твердых частиц.

$$P_s = \alpha_s \rho_s \theta_s + 2\rho_s(1+e_{ss})\alpha_s^2 g_{0,ss}\theta_s$$

Для описания межфазной силы сопротивления для подхода Эйлера с гранулярной средой использовалась модель Gidaspow [2]:

$$\alpha_f > 0.8$$

$$K_{sf} = \frac{3}{4}C_d \frac{\alpha_s \alpha_f \rho_f \left|\vec{u}_s - \vec{u}_f\right|}{d_s}\alpha_f - 2.65$$

$$C_d = \frac{24}{\alpha_f \mathrm{Re}_s}\left[1 + 0.15(\alpha_f \mathrm{Re}_s)^{0.687}\right]$$

$$\alpha_f < 0.8$$

$$K_{sf} = 150\frac{\alpha_s(1-\alpha_f)\mu_f}{\alpha_f d_s^2} + 1.75\frac{\alpha_s \rho_f \left|\vec{u}_s - \vec{u}_f\right|}{d_s}$$

$$\mathrm{Re}_s = \frac{\rho_f d_s \left|\vec{u}_s - \vec{u}_f\right|}{\mu_f}.$$

где Re_s относительное число Рейнольдса.

Сила турбулентной дисперсии определяется турбулентной диффузией частиц дисперсной фазы. Турбулентная дисперсия вычисляется формулой:

$$\vec{F}_{td,s} = -\vec{F}_{td,f} = -f_{td,\lim} K_{sf} \vec{u}_{dr}$$

$\vec{u}_{dr}$ - скорость сдига, которая определяется с помощью модели Simonin [2]:

$$\vec{u}_{dr} = -D_{sf}\left(\frac{\nabla \alpha_s}{\alpha_s} - \frac{\nabla \alpha_f}{\alpha_f}\right)$$

где D_{sf} – тензор диффузии. Окончательно сила турбулентной дисперсии рассчитывается как:

$$\vec{F}_{td,s} = C_{td} K_{sf} \frac{D_{sf}}{\sigma_{sf}} \left(\frac{\nabla \alpha_s}{\alpha_s} - \frac{\nabla \alpha_f}{\alpha_f} \right)$$

где: C_{td} – константа, равная 1; σ_{sf} – эффективное число Прандтля, равное 0.75.

Для описания турбулентности несущей фазы использовалась модель стандартная *k-ε* модель турбулентности, для описания турбулентности твердой фазы использовался «дисперсный» подход.

Тензор рейнольдсовых напряжений определяется с использованием гипотезы Буссинеска:

$$\bar{\bar{\tau}}'_f = -\frac{2}{3}\left(\rho_f k_f + \rho_f \nu_{t,f} \nabla \vec{U}_f\right)\bar{\bar{I}} + \rho_f \nu_{t,f}\left(\vec{U}_f + \nabla \vec{U}_f^T\right)$$

где $\vec{U}_f$ – средняя скорость несущей фазы.

Турбулентная вязкость, характерное время турбулентности, характерный масштаб турбулентности определяются с помощью выражений:

$$\mu_{t,f} = \rho_f C_\mu \frac{k_f^2}{\varepsilon_f}$$

$$\tau_{t,f} = \frac{3}{2} C_\mu \frac{k_f}{\varepsilon_f}$$

$$L_{t,f} = \sqrt{\frac{3}{2}} C_\mu \frac{k_f^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon_f}$$

C_μ=0.09, k_f –энергия турбулентных пульсаций, ε_f – скорость диссипации турбулентной энергии.

Система уравнений для энергии турбулентных пульсаций и скорости диссипации турбулентной энергии несущей фазы имеет вид:

$$\nabla\left(\alpha_f \rho_f \vec{U}_f k_f\right) = \nabla\left(\alpha_f\left(\mu_f + \frac{\mu_f}{\sigma_k}\right)\nabla k_f\right) + \alpha_f G_{k,f} - \alpha_f \rho_f \varepsilon_f + \alpha_f \rho_f \Pi_{k_f} \quad (9)$$

$$\nabla\left(\alpha_f \rho_f \vec{U}_f \varepsilon_f\right) = \nabla\left(\alpha_f\left(\mu_f + \frac{\mu_f}{\sigma_k}\right)\nabla \varepsilon_f\right) + \alpha_f \frac{\varepsilon_f}{k_f}\left(C_{1\varepsilon} G_{k,f} - C_{2\varepsilon} \rho_f \varepsilon_f\right) + \alpha_f \rho_f \Pi_{\varepsilon_f} \quad (10)$$

$G_{k,f} = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \mu_t S^2$ – генерация энергии турбулентных пульсаций, $S \equiv \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$ – модуль тензора скорости деформации, $C_{1\varepsilon}$=1.44, $C_{2\varepsilon}$=1.92.

Источниковые члены Π_{k_f} и Π_{ε_f} в уравнениях (9) и (10) включают в себя влияние дисперсной фазы s на несущую фазу f, которое описывается моделью Simonin et al [2]. Ниже представлены основные уравнения этой модели.

Уравнения для несущей фазы:

$$\Pi_{k_f} = C_s \sum_{p=1}^{M} \frac{K_{sf}}{\alpha_f \rho_f} X_{sf}\left(k_{sf} - 2k_f + u_{sf} \vec{u}_{dr}\right)$$

$C_s = 1$, $X_{sf} \approx 1$, K_{sf} – ковариация скоростей несущей и дисперсной фазы, $C_{3\varepsilon} = 1.2$.

$$\Pi_{\varepsilon_f} = C_{3\varepsilon} \frac{\varepsilon_f}{k_f} \Pi_{k_f},$$

Для описания турбулентности в твердой фазе, используется теория Tchen [1], в которой дисперсные частицы рассматриваются в однородном и устойчивом турбулентном потоке.

Характерное время релаксации частиц определяется как:

$$\tau_{F,sf} = \alpha_s \rho_f K_{sf}^{-1}\left(\frac{\rho_s}{\rho_f} + C_{vm}\right)$$

Время взаимодействия частиц и турбулентных вихрей с учётом эффекта пересечения траекторий:

$$\tau_{t,sf} = \tau_{t,f}\left[1 + C_\beta \zeta^2\right]^{-0.5}$$

поправка на эффект пересечения траекторий:

$$\zeta = \frac{\left|\vec{V}_r\right|}{\sqrt{\frac{2}{3} k_f}}$$

$\left|\vec{V}_r\right|$ – среднее значение локальной относительной скорости между дисперсной и несущей фазой.

Характерный временной масштаб турбулентных пульсаций:

$$\tau_{t,f} = \frac{3}{2} C_\beta \frac{k_f}{\varepsilon_f}$$

$$C_\beta = 1.8 - 1.35 \cos^2 \theta$$

θ – угол между средней скоростью частицы и средней относительной скоростью.

Далее вводится отношение двух характерных времен следующим образом:

$$\eta_{sf} = \frac{\tau_{t,sf}}{\tau_{F,sf}},$$

тогда выражения для турбулентных характеристик дисперсной фазы примут вид:

энергия турбулентных пульсаций дисперсной фазы:

$$k_s = k_f\left(\frac{b^2+\eta_{sf}}{1+\eta_{sf}}\right),$$

$$b = (1+C_{vm})\left(\frac{\rho_s}{\rho_f}+C_{vm}\right)^{-1},$$

Вихревая вязкость дисперсной фазы:

$$D_s = D_{t,sf} + \left(\frac{2}{3}k_s - \frac{1}{3}bk_{sf}\right)\tau_{F,sf},$$

Коэффициент турбулентной диффузии:

$$D_{t,sf} = \frac{1}{3}k_{sf}\tau_{t,sf},$$

Вязкость дисперсной фазы:

$$v_s = \frac{1}{3}k_{sf}\tau_{t,sf} + \frac{2}{3}k_s\tau_{F,sf}.$$

Гранулярная температура: θ_s твердой фазы пропорциональна кинетической энергии хаотичного движения частиц.

Уравнение переноса получено в кинетической теории и имеет следующий вид:

$$\frac{3}{2}\nabla(\alpha_s\rho_s\vec{u}_s\theta_s) = \left(-P_s\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}}_s\right):\nabla\vec{u}_s + \nabla(k_{\theta s}\nabla\theta_s) - \gamma_{\theta s} + \varphi_{fs} \quad (11)$$

где: $\left(-P_s\bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\tau}}_s\right):\nabla\vec{u}_s$ – генерация псевдотепловой энергии деформационным движением дисперсной среды;

$(k_{\theta s}\nabla\theta_s)$ – диффузия энергии;

$\gamma_{\theta s}$ – диссипация энергии за счет столкновений;

φ_{fs} – обмен энергией между несколькими твердыми фазами.

Для определения температуры гранул использовалась алгебраическая модель, она получается при пренебрежении конвекцией и диффузией в кинетическом уравнении (11).

ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Было рассмотрено течение в горизонтальной трубе. Размеры трубы: диаметр D=0.0268 м, длина L=100 D.

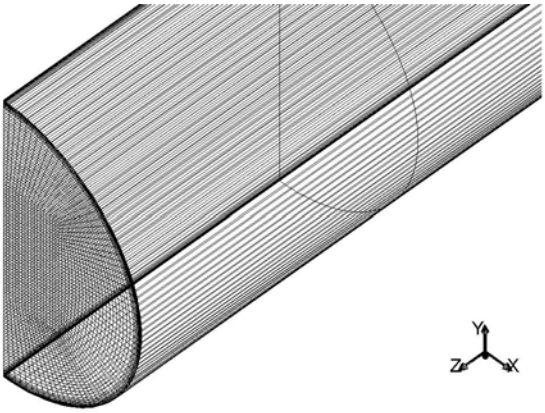


Рис. 1 Визуальное представление трехмерной сетки

Выполнено две серии расчетов в плоской и полной трехмерной постановке.

Двумерный расчет выполнялся на равномерной сетке с шагом поперёк течения Δy=0.00002 м и с шагом вдоль течения Δx=0.0025 м. Общее количество ячеек составляет 193000.

Трехмерный расчет производился на структурированной сетке в симметричной постановке относительно плоскости yz. Шаг сетки на границе расчетной области составляет: вдоль течения Δz=0.077 м, по радиусу Δx=0.00002 м и по азимуту Δy=0.00016 м. Общее количество ячеек 316000 (рис. 1).

Расчёты выполняются в стационарной постановке. Применен SIMPLE алгоритм для решения пары уравнений давление–скорость. Для аппроксимации конвективных членов используется схема QUICK, для аппроксимации уравнения на фазу используется противопоточная схема первого порядка точности. Для сходимости решения расчёты проведены при пониженном коэффициенте релаксации (0.2) для уравнений на поправку давления, объемную долю фазы и гранулярную температуру.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведены сравнения расчетных данных в выходном сечении канала с экспериментальными данными из работы [4], для установившегося течения в плоской и трехмерной постановке.

Длина канала выбрана достаточно большой (100D) для формирования развитого течения вблизи выходного сечения канала. Сила тяжести направлена против оси y и равна -9.81 м/с^2.

Каждый вариант определяется диаметром частиц d_s=0.0002 м, среднемассовой скоростью несущей фазы U и средней концентрацией частиц α_s.

Проведены методические расчеты влияния различных сил, действующих на поток, таких как: подъемная сила, сила турбулентной диффузии.

Подъемная сила оказала незначительное влияние на поток. Сила турбулентной диффузии, наоборот, оказала значительное влияние на распределение концентрации дисперсной фазы. Выключение данной силы приводило к достижению максимальной засыпки предельного значения и полному оседанию дисперсной фазы на нижней стенке. Отдельно рассматривалось влияние дисперсной фазы на турбулентность несущей фазы. Включение в модель турбулентности влияния дисперсной фазы привело к незначительному улучшению результатов для распределения профилей концентрации.

В случае с U=5 м/с и α_s=0.15 наблюдается равномерное распределение концентрации дисперсной фазы по сечению канала (рис. 2). Плоская и трехмерная постановки идентичны между собой. Однако расчеты дают немного завышенную величину концентрации вблизи нижней стенки. Это может быть связано с занижением гранулярной температуры в пристеночном слое (рис. 2).

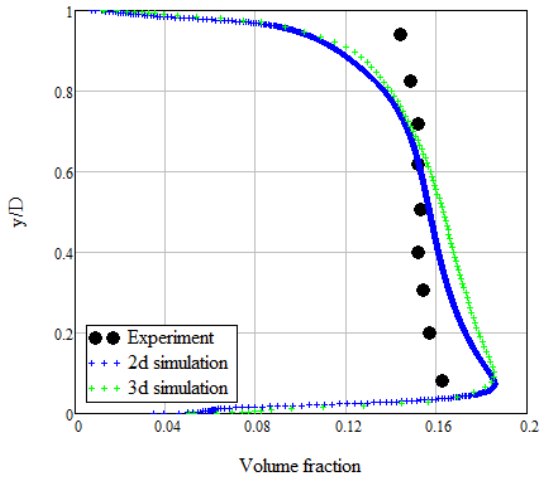


Рис. 2 Распределение концентрации твердой фазы вдоль выходного сечения

Для случая с U=5 м/с и α_s=0.3 наблюдается равномерное распределение концентрации дисперсной фазы по сечению канала. Результаты плоской и трехмерной постановок также очень близки и полностью совпадают с экспериментальными данными (рис. 3).

Для случая с U=1 м/с и α_s=0.3 наблюдается отличное совпадение расчета в плоской постановке с экспериментальными данными (рис. 4).

Трехмерный расчет дает немного заниженные значения концентрации вблизи нижней стенки. Также наблюдается поджимание потока несущей фазы и смещение максимума скорости к верхней стенке вследствие оседания дисперсной фазы на нижней стенке (рис. 5).

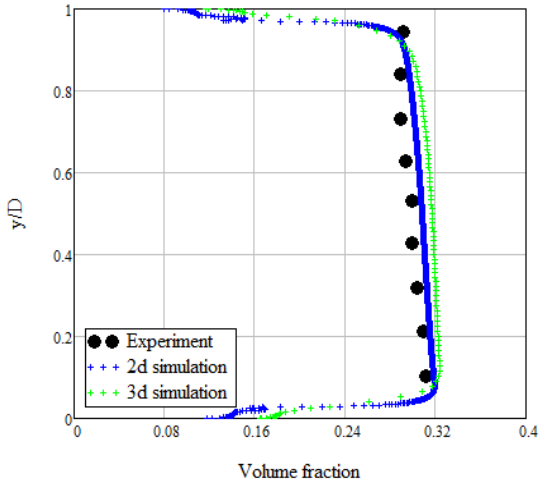


Рис. 3 Распределение концентрации твердой фазы вдоль выходного сечения

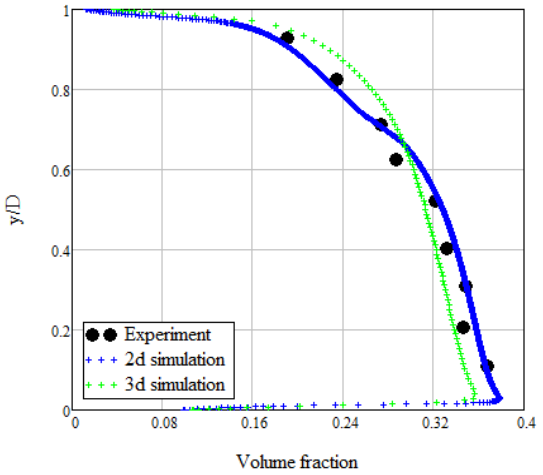
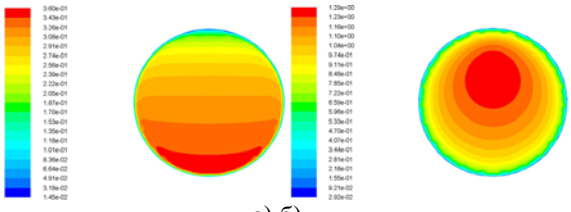


Рис. 4 Распределение концентрации твердой фазы вдоль выходного сечения



а) б)

Рис. 5 а) Изолинии концентрации дисперсной фазы в выходном сечении; б) Изолинии скорости несущей фазы в выходном сечении

ВЫВОДЫ

Проведено исследование турбулентного двухфазного течения в круглой трубе, используя подход Эйлера с гранулярной средой. Изучена структура течений для нескольких режимов. Однако были выявлены нефизичные занижения концентрации дисперсной фазы вблизи нижней стенки. Данный эффект связан с некорректным расчетом гранулярной температуры в пристеночном слое.

В целом, по результатам тестирования было показано, что численная методика с достаточной точностью описывает эксперимент.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fluent Incorporation // User's guide Fluent 15.0.0. – 2013.
2. Gidaspow D., Bezburuah R., Ding J. Hydrodynamics of circulating fluidized beds, kinetic theory approach in fluidization // Proceedings of the 7th Engineering Foundation Conference on Fluidization. – 1992.
3. Kaushal D.R., Tomita Y. Experimental investigation of near-wall lift of coarser particles in slurry pipeline using c-ray densitometer. // Powder Technologies. – 2007. – Vol. 172. – P. 177–187.
4. Gillies R. G. Pipeline flow of coarse particle slurries. // Ph.D. thesis, University of Saskatchewan. – 1993.