УДК 532.526, 536.242

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПЛАСТИНЕ

Сахнов А.Ю.

Институт теплофизики им.С.С.Кутателадзе СО РАН, Новосибирск, Россия

Выполнено при финансовой поддержке РФФИ (Грант № 14-08-31115 мол_а)

АННОТАЦИЯ

В работе представлены результаты численного и аналитического исследования ламинарного пограничного слоя с отрицательным градиентом давления на проницаемой поверхности. Получено аналитическое решение уравнений пограничного слоя для условий асимптотического течения. На основе данного решения предложена относительная асимптотическая функция трения, которая характеризует степень влияния ускорения и проницаемости стенки на поток. Установлен диапазон изменения относительной асимптотической функции трения, в котором влияние проницаемости стенки и градиента давления необходимо рассматривать совместно. Результаты численного моделирования показали, что при совместном влиянии отрицательного градиента давления и проницаемой стенки асимптотическое течения расширяется.

ВВЕДЕНИЕ

Течения на проницаемой поверхности встречаются в различных технических системах. Например, вдув или отсос газа используется для повышения эффективности газодинамической температурной стратификации [1 – 4]. В работах [5, 6] показано, что отрицательный градиент давления приводит к уменьшению коэффициента восстановления, что также улучшает энергоразделение.

Плёночное охлаждение поверхности в присутствии отрицательного градиента давления в одних случаях приводит к существенному повышению эффективности охлаждения [7], а в других [8], напротив, уменьшает эффективность защиты поверхности.

Наиболее крупные и систематические экспериментальные исследования ускоренных течений на проницаемых поверхностях были проведены под руководством В.М. Кейса [9]. Было показано, что в присутствии отрицательного градиента давления вдув снижает коэффициент трения, а отсос, напротив, увеличивает его. Большинство экспериментов были сделаны при турбулентном режиме течения. В то же время Кейс [10] показал, что при значениях параметра ускорения $K > 3.55\times10^{-6}$ турбулентность полностью подавляется, и течение становится ламинарным. Это также подтверждается современными экспериментами, результаты которых представлены в работе [11]. Таким образом, ламинарный режим течения может сохраняться в широком диапазоне параметров проницаемости стенки и ускорения потока.

Из обзора литературы следует, что одной из проблем течений с одновременным воздействием отрицательного градиента давления и проницаемой стенки является отсутствие единого параметра, характеризующего влияние каждого из указанных факторов на течение. Так В.М. Кейс с коллегами [12] для обобщения параметров потока предложили отношение $\overline{j_w}/\sqrt{K}$, где $\overline{j_w}$ – относительный поперечный поток газа на стенке и K – параметр ускорения потока. Однако сами авторы используют указанный параметр весьма слабо, и в других работах такое соотношение не встречается.

Для ускоренных течений на проницаемой поверхности отсутствуют аналитические выражения для профиля скорости и коэффициента трения даже в ламинарном режиме течения. Польгаузеном было решено уравнение движения для течения со стоком в преобразованых координатах [13 – 15]. При этом полученное обыкновенное дифференциальное уравнение движения имеет аналитическое решение только в случае непроницаемой стенки [12].

При безградиентном течении уравнение движения имеет аналитическое решение в случае асимптотического отсоса [15], которое получено на основе гипотезы о постоянном по толщине пограничного слоя отрицательном значении поперечной скорости, равном значению на стенке V_w. В работе [16] на основе результатов численного моделирования мы предположили, что в случае асимптотического отрицатель-

ного градиента давления поперечная скорость имеет линейный характер распределения по толщине пограничного слоя: $V/U_e = -K\,\mathrm{Re}_y$, $\mathrm{Re}_y = U_e y/\nu$. В результате было получено аналитическое соотношение для профиля скорости, из которого была выведена простая формула для коэффициента трения $c_f = \sqrt{2\pi K}$. Похожее соотношение было получено Польгаузеном [13].

В настоящей работе представлено аналитическое решение уравнения движения в условиях отрицательного градиента давления и проницаемой стенки. Решение основано на предположении о распределении поперечной скорости, также как и в вышеописанных случаях асимптотического отсоса и асимптотического градиента давления. На основе численного моделирования показаны области применения полученных соотношений.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследовалось течение воздуха в области нижнего пограничного слоя плоского сужающегося канала, в котором параметр ускорения $K = \left(\nu/U_e^2\right)dU_e/dx$ сохраняет постоянное значение по всей длине канала (см. рис. 1). На нижней стенке задавалась интенсивность поперечного потока газа $\overline{j_w} = V_w/U_e$: отрицательные значения соответствовали отсосу газа из пограничного слоя, а положительные – вдуву газа. Предполагалось, что верхняя наклонная стенка канала располагается достаточно далеко от нижней поверхности канала, так что $h_0 >> \delta$. Рассматривался ускоренный поток воздуха при температуре 300 K и атмосферном давлении.

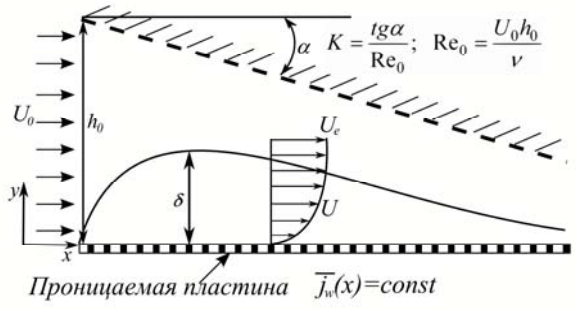

Рис. 1. Схема течения.

Рассматриваемое течение хорошо описывается параболизованными двумерными уравнениями движения и неразрывности для случая стационарного ламинарного несжимаемого пограничного слоя:

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} + \nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0. \qquad (2)$$

На стенке выполняется условие прилипания и задаётся интенсивность отсоса (вдува):

$$y = 0:\ U = 0,\ V = V_w,\quad V_w = \overline{j_w}\cdot U_e,\ \overline{j_w} = const \qquad (3)$$

Скорость на внешней границе пограничного слоя U_e определялась с учётом геометрии течения и сжимаемости газа:

$$y \ge \delta : U = U_e = -\left(Kx/\nu - 1/U_0\right)^{-1} \qquad (4)$$

Начальная скорость определялась из условия $U_0 = aM_{e\max}/\left(1 + K\,\mathrm{Re}_{x\max}\right)$, где a – скорость звука, $M_{e\max}$ и $\mathrm{Re}_{x\max}$ – максимальные числа Маха и Рейнольдса. Для всех случаев течения эти величины имели следующие значения $M_{e\max} = 0.4$ и $\mathrm{Re}_{x\max} = 10^8$.

Система дифференциальных уравнений (1) и (2) решалась методом конечных разностей с использованием полностью неявной схемы с точностью $o(\Delta x) + o(\Delta y)^2$ [17]. Расчётная область имела прямоугольную форму с размерами $14м \times 0.2м$ и применением неравномерной ортогональной сетки $N_x \times N_y = 118000 \times 400$. Погрешность вычислений в итерационной процедуре составляла $\varepsilon < 10^{-5}$.

В продольном направлении сетки при $\mathrm{Re}_x < 10^3$ узлы сгущались к началу пластины, а далее шаг между узлами не изменялся $\Delta x = 10^{-4}м$. В поперечном направлении узлы сетки сгущались к стенке.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Аналитическое решение

Из результатов численного моделирования системы уравнений и граничных условий (1) - (4) следует, что в асимптотической области течения поперечная скорость изменяется по сечению пограничного слоя линейно практически до стенки (рис. 7), а её гради-

ент $\partial V/\partial y$ сохраняет постоянное значение, равное значению вне пограничного слоя:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)_{y<\delta} = \left(\frac{\partial V_e}{\partial y}\right)_{y\geq\delta} = -\frac{dU_e}{dx}. \qquad (5)$$

Из соотношения (5) и определения параметра ускорения K для течения внутри пограничного слоя можно записать следующее равенство:

$$\partial V/\partial y = -KU_e^2/\nu. \qquad (6)$$

Решением уравнения (6) с учётом граничного условия на стенке (3) будет следующее выражение:

$$V = -KU_e^2 y/\nu + V_w. \qquad (7)$$

Из формулы (7) можно получить соотношение, определяющее профиль поперечной скорости в безразмерном виде:

$$V/U_e = -K\,\mathrm{Re}_y + V_w/U_e,\ \ \mathrm{Re}_y = U_e y/\nu. \qquad (8)$$

Как следует из формулы (8), при вдуве или отсосе газа через проницаемую пластину в условиях ускоренного течения поперечная скорость складывается из заданного потока через стенку и притока газа из основного течения в пограничный слой, вызванного отрицательным градиентом давления.

Рассмотрим уравнение движения (1) для случая ламинарного несжимаемого течения. Используя уравнение Бернулли и определение параметра ускорения K, определим продольный градиент давления в следующем виде:

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} = U_e\frac{dU_e}{dx} = \frac{U_e^3 K}{\nu}. \qquad (9)$$

На основе соотношения (5) допустим, что при асимптотическом отрицательном градиенте давления в большей части сечения пограничного слоя ускорение постоянно и равно ускорению внешнего течения:

$$\partial U/\partial x = dU_e/dx. \qquad (10)$$

Подставляя (7), (9) и (10) в уравнение движения (1), приведём его к форме обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\frac{d^2U}{dy^2} + \left(\frac{KU_e^2 y}{\nu^2} - \frac{V_w}{\nu}\right)\frac{dU}{dy} + \frac{KU_e^2}{\nu^2}\left(U_e - U\right) = 0. \qquad (11)$$

Уравнение (12) с учётом граничных условий (3) и (4) имеет следующее аналитическое решение в виде профиля безразмерной продольной скорости:

$$\frac{U}{U_e} = 1 - \frac{2c^2\Psi_a\cdot\mathrm{erfc}(-c\Psi_a) + \exp(-c^2\Psi_a^2)}{2c^2\Psi_{aw}\cdot\mathrm{erfc}(-c\Psi_{aw}) + \exp(-c^2\Psi_{aw}^2)}, \qquad (12)$$

где $c\Psi_a = \overline{j}/\sqrt{2K}$, $c\Psi_{aw} = \overline{j_w}/\sqrt{2K}$, (K>0), $c = \sqrt{\pi}/2$ и $\overline{j} = V/U_e$ (см. формулу (8)).

Относительная асимптотическая функция трения Ψ_{aw}, по сути, является отношением коэффициентов трения при асимптотическом отсосе [15] и асимптотическом градиенте давления [16] и одновременно с этим характеризует вклад каждого из факторов при их совместном воздействии на пограничный слой:

$$\Psi_{aw} = \frac{\left(c_f\right)^{asympt}_{\overline{j_w}}}{\left(c_f\right)^{asympt}_{\overline{j_w}}} = \frac{\overline{j_w}}{\sqrt{K\pi/2}}. \qquad (13)$$

Если выражение (12) применить для случая плоской непроницаемой стенки сужающегося канала $\left(\overline{j_w}\to 0\right)$, то в результате получим профиль продольной скорости, приведённый в работе [16]:

$$\frac{U}{U_e} = 1 - \exp\left(-\frac{K}{2}\mathrm{Re}_y^2\right) + \sqrt{\frac{K}{2}\pi}\,\mathrm{Re}_y\cdot\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{K}{2}}\,\mathrm{Re}_y\right). \qquad (14)$$

Формула (12) справедлива и для случая асимптотического отсоса из безградиентного течения. Однако необходимо сначала представить профиль продольной скорости непосредственно через $\overline{j_w}$ и K, а лишь затем сделать предельный переход $K\to 0$, учитывая для дополнительной функции ошибок в знаменателе, что $\overline{j_w} < 0$. При этом будет получено соотношение для профиля продольной скорости в условиях асимптотического отсоса [15]:

$$U/U_e = 1 - \exp\left(\overline{j_w}\,\mathrm{Re}_y\right). \qquad (15)$$

Для случая вдува в безградиентный поток, т.е. при $K = 0$ и $\overline{j_w} > 0$, функция $\Psi_a \to \Psi_{aw}$, тогда из выражения (12) очевидно, что числитель стремиться к знаменателю и $U/U_e \to 0$. Равенство продольной скорости нулю соответствует оттеснению пограничного слоя при вдуве.

Несмотря на то, что большинство экспериментов В.М.Кейса проведено при турбулентном режиме течения [9], среди представленных данных возможно найти отдельные профили скорости, соответствующие квазиламинарному потоку. Напомним, что формальной границей между ламинарным и турбулентным режимами течения как в случае прямого ламинарно-турбулентного перехода, так и в процессе реламинаризации является диапазон значений $\mathrm{Re}^{**} = 360 - 400$ [10]. Так в отчете НМТ-10 [18] профиль скорости № 80768 фактически соответствует ламинарному режиму, поскольку в этом сечении по-

граничного слоя $\mathrm{Re}^{**} = 353$. При этом сохраняется небольшой логарифмический участок во внешней части пограничного слоя.

На рис. 2 представлено сравнение экспериментального профиля скорости № 80768 и профиля скорости, рассчитанного по полученной формуле (12) для условий эксперимента $K = 1.51\times10^{-6}$, $\overline{j_w} = 2.05\times10^{-3}$ и $U_e = 16.886 м/с$. Видно, что в пристенной области до $y = 0.63 мм$ аналитический профиль скорости совпадает с экспериментальными точками. При дальнейшем удалении от стенки профили скорости отличаются друг от друга вплоть до потенциального течения. Ниже мы покажем, что данный профиль скорости находится в асимптотических условиях течения.

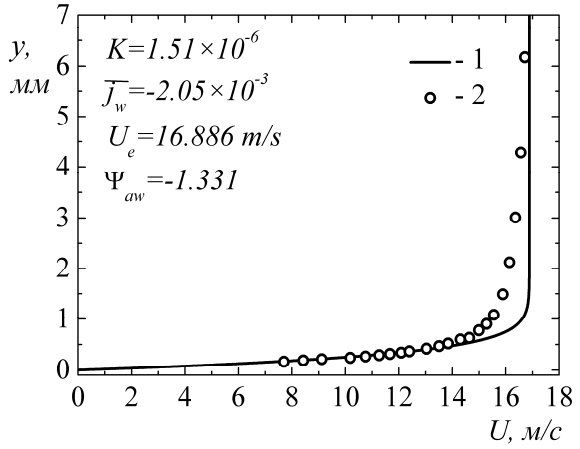

Рис. 2. Сравнение профиля скорости, рассчитанного по полученной аналитической формуле, с экспериментальными данными. 1 – формула (12), 2 – экспериментальный профиль скорости № 80768 [18].

Из профиля продольной скорости (12) следует, что коэффициент трения при совместном влиянии ускорения течения и проницаемой стенки определяется следующим образом:

$$\frac{c_f}{2} = \frac{c\sqrt{2K}\cdot \mathrm{erfc}(-c\Psi_{aw})}{2c^2\Psi_{aw}\cdot \mathrm{erfc}(-c\Psi_{aw}) + \exp(-c^2\Psi_{aw}^2)}. \quad (16)$$

Во всех предельных случаях формула (16) даёт соответствующие коэффициенты трения. На непроницаемой стенке в ускоренном потоке, корда $\overline{j_w} = 0$ и, следовательно, $\Psi_{aw} = 0$, выражение (16) сводится к соотношению, приведённому во введении $c_f = \sqrt{2\pi K}$. При отсосе из безградиентного течения ($K = 0$) или в случае, когда $\left|\overline{j_w}\right| >> \sqrt{K}$, что соответствует $\Psi_{aw} \to -\infty$, формула для определения коэффициента трения соответствует классическому течению с асимптотическим отсосом: $c_f = 2\overline{j_w}$. Наконец, при вдуве в безградиентный поток ($K = 0$) или при $\overline{j_w} >> \sqrt{K}$, что соответствует $\Psi_{aw} \to +\infty$, формула (16) даёт нулевой коэффициент трения ($c_f = 0$), что физически означает оттеснение пограничного слоя.

Значение коэффициента трения в эксперименте № 80768 [18] составляет 3.1×10^{-3}. Расчет по полученной формуле (16) при $K = 1.51\times10^{-6}$, $\overline{j_w} = 2.05\times10^{-3}$ даёт значение 2.964×10^{-3}, что всего на 4.5% меньше указанного экспериментального значения. Следует отметить, что погрешность определения коэффициента трения в экспериментах Кейса составляла ±10%.

Заметим, что профиль продольной скорости (12) и коэффициент трения (16) в значительной мере зависят от Ψ_{aw}. Из выражения (16) можно показать, что отношение текущего коэффициента трения к коэффициенту трения на непроницаемой поверхности в присутствии асимптотического отрицательного градиента давления $c_f / \sqrt{2\pi K}$ определяется только относительной асимптотической функцией трения Ψ_{aw}. Используя определение (13), можно аналогично представить относительный коэффициент трения в такой форме $c_f / 2\overline{j_w}$.

На рис. 3 приведено сравнение значений относительного коэффициента трения, рассчитанного на основе результатов численного моделирования и по формуле (16). В рассматриваемом диапазоне значений $-8.0 \le \Psi_{aw} \le 8.0$ видно хорошее совпадение результатов аналитического и численного решений. Вышеописанные предельные случаи наглядно проиллюстрированы на этом рисунке. Так при $\Psi_{aw} = -8.0$ относительный коэффициент трения всего на 2% выше единицы – значения коэффициента трения при асимптотическом отсосе из безградиентного течения. При $\Psi_{aw} = 8.0$ этот же относительный коэффициент трения равен 0.01.

При значениях относительной асимптотической функции трения близких к нулю, $-0.04 \le \Psi_{aw} \le 0.04$, относительный коэффициент трения $c_f / \sqrt{2\pi K}$ изменяется в диапазоне от 1.023 до 0.997, т.е. отличается от единицы не более чем на 2.3%.

Из вышесказанного следует важный для практических применений вывод. В ускоренном ламинарном течении на проницаемой поверхности одновременное влияние отсоса (вдува) и отрицательного градиента давления на коэффициент трения необходимо

рассматривать при $-8.0 \le \Psi_{aw} \le -0.04$ и $0.04 \le \Psi_{aw} \le 8.0$. Вне указанных диапазонов Ψ_{aw} коэффициент трения можно вычислить по более простым формулам для предельных случаев.

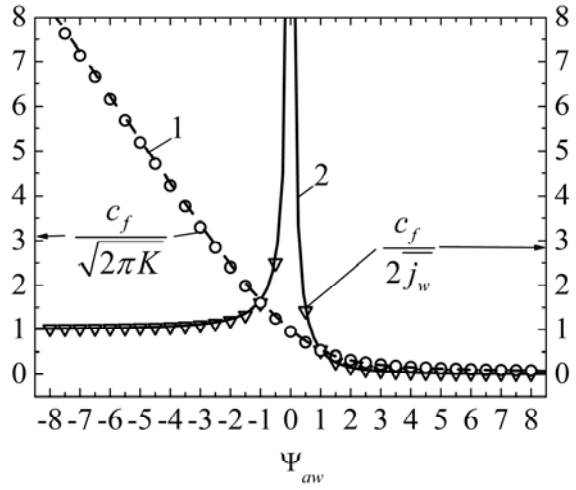

Рис. 3. Относительный коэффициент трения. Значки: численное моделирование; линии: 1 – формула (16) для $c_f / \sqrt{2\pi K}$, 2 – формула (16) для $c_f / 2\overline{j_w}$.

Численное моделирование

В случае отсоса из безградиентного течения аналитическое решение (15) справедливо только в асимптотической области течения, где коэффициент трения не зависит от числа Рейнольдса. Иглиш показал, что асимптотические условия возникают, когда $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} \ge 2$ [19].

Для случая ускоренного течения на непроницаемой пластине как решение Польгаузена [13] так и решение (14), представленное в работе [16], также применимы на участке асимптотического пограничного слоя. Нами было показано, что для течений в сужающихся каналах асимптотические условия реализуются при $K\,\mathrm{Re}_x \ge 1$ [16].

Для экспериментального профиля скорости № 80768, представленного на рис. 2, в отчете [18] авторы не приводят ни число Рейнольдса, рассчитанное по длине пластины, ни значения теплофизических свойств воздуха и его температуру. Приведены лишь расстояние от передней кромки обтекаемой поверхности $x = 1.2606$ *м* и скорость потенциального течения $U_e = 16.886$ *м/с*. Для того чтобы оценить число Рейнольдса в данном сечении мы приняли значение кинематической вязкости воздуха при, $T_e = 20^\circ C$ соответствующее данным из других аналогичных работ этой исследовательской группы, например отчёта [20]. Таким образом, при $\nu = 1.5\times10^{-5}$ $м^2/с$ число Рейнольдса для профиля скорости № 80768 составило $\mathrm{Re}_x = 1.42\times10^6$.

Учитывая, что в эксперименте № 80768 [18] $K = 1.51\times10^{-6}$ и $\overline{j_w} = 2.05\times10^{-3}$, то значения комплексов, характеризующих границы асимптотической области, приняли следующие значения $K\,\mathrm{Re}_x \ge 2.14$ и $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} \ge 2.44$. Таким образом, представленный на рис. 2 профиль находится в асимптотической области течения.

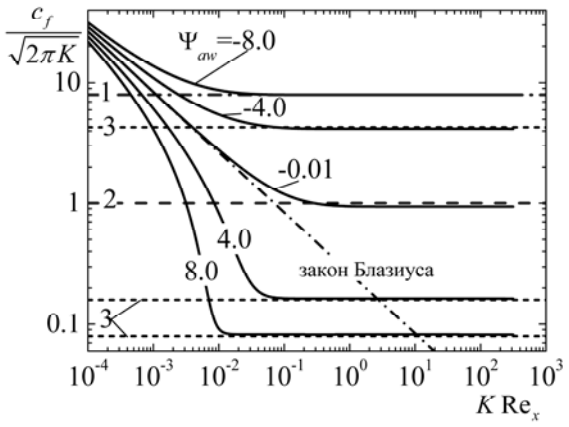

Рис. 4. Относительный коэффициент трения. Сплошные линии – результаты численного моделирования; 1 – безградиентный пограничный слой с асимптотическим отсосом $c_f = 2\overline{j_w}$; 2 – асимптотический ускоренный пограничный слой на непроницаемой пластине $c_f = \sqrt{2\pi K}$ [16]; 3 – формула (16) для $c_f / \sqrt{2\pi K}$.

На рис. 4 представлен относительный коэффициент трения в зависимости от комплекса $K\,\mathrm{Re}_x$ при значениях относительной асимптотической функции трения от -8.0 до 8.0. Как видно, при $\Psi_{aw} = -0.01$, когда влияние отсоса на трение ничтожно, асимптотическое течение занимает наименьшую область при $K\,\mathrm{Re}_x \ge 1$. С увеличением вклада отсоса в коэффициент трения ($\Psi_{aw} = -4.0,\ -8.0$) асимптотическая область расширяется до $K\,\mathrm{Re}_x \approx 0.04$ при $\Psi_{aw} = -8.0$.

До проведения численного моделирования мы предполагали, что вдув газа в ускоренный пограничный слой, в противоположность отсосу, уменьшит область асимптотического течения. Тем не менее, как показали расчёты, вдув газа расширяет асимптотиче-

скую область течения ($\Psi_{aw} = 4.0,\ 8.0$) даже в большей степени, чем отсос. Так при $\Psi_{aw} = 8.0$ коэффициент трения не зависит от числа Рейнольдса уже при $K\,\mathrm{Re}_x > 0.01$.

Дальнейшие увеличение отсоса или вдува для расширения области асимптотического ускоренного пограничного слоя не имеет смысла, поскольку уже при $\Psi_{aw} = -8.0$ коэффициент трения фактически определяется только отсосом, а при $\Psi_{aw} = 8.0$ достаточно близок к нулю.

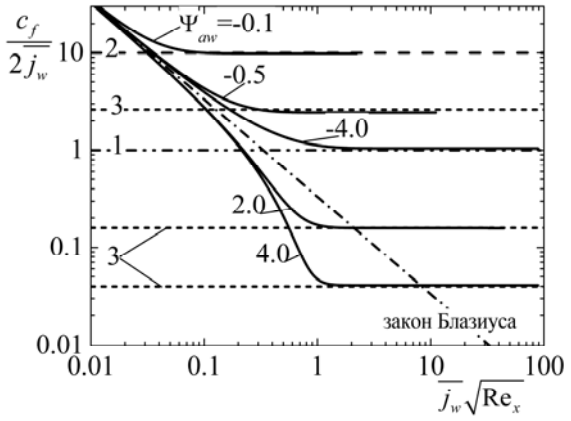

Рис. 5. Относительный коэффициент трения. Сплошные линии – результаты численного моделирования; 1, 2 – см. рис. 4; 3 – формула (16) для $c_f / 2\overline{j_w}$.

На рис. 5 представлены зависимости относительного коэффициента трения от комплекса $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x}$ при значениях относительной асимптотической функции трения от -4.0 до 4.0. Видно, что при $\Psi_{aw} = -4.0$ относительный коэффициент трения незначительно превышает единицу и выходит на постоянные значения при $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} \geq 2$. С уменьшением абсолютного значения относительной функции трения асимптотическая область расширяется до $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} > 0.1$ при $\Psi_{aw} = -0.1$. В случае вдува для $\Psi_{aw} = 2.0$ и $\Psi_{aw} = 4.0$ асимптотическая область ограничена значением $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} = 1$.

На рис. 6 представлены профили продольной скорости в условиях асимптотического течения при различных значениях относительной функции трения. При $\Psi_{aw} = -8.0$, когда определяющее воздействие на пограничный слой оказывает отсос газа, профили скорости, полученные на основе численной модели и по формуле (12), совпадают между собой. С увеличением роли отрицательного градиента давления при $\Psi_{aw} = -1.0$ профили скорости, рассчитанные численно и аналитически, несколько отличаются друг от друга.

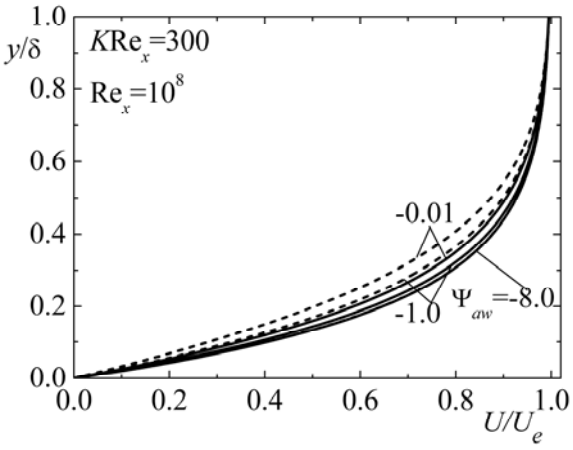

Рис. 6. Профили продольной скорости в условиях отсоса газа из асимптотического ускоренного пограничного слоя. Пунктир – расчёт по аналитической формуле (12), сплошная линия – результаты численного моделирования.

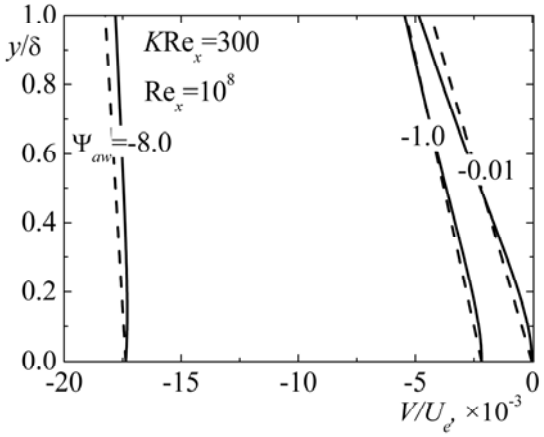

Рис. 7. Профили поперечной скорости при отсосе газа из асимптотического ускоренного пограничного слоя. Пунктир – формула (8), сплошная линия – численное моделирование.

Данная погрешность аналитического решения (12) объясняется тем, что линейный характер изменения поперечной скорости потока вблизи стенки при указанных параметрах нарушается. В преобразованных координатах, использованных в работе Польгаузена [13], это изменение поперечной скорости менее заметно.

Несмотря на указанную некоторую разницу между профилями продольной скорости, рассчитанными

для различных значений относительной функции трения, в целом данные профили достаточно близки друг с другом. Это свойство может быть полезно на практике для грубой оценки распределения скорости в асимптотическом течении с использованием формул (12), (14) или (15) при условии, что известны скорость потенциального течения и толщина пограничного слоя.На рис. 7 приведены профили поперечной скорости в условиях асимптотического течения при различных отношениях интенсивности отсоса газа и ускорения потока. Как видно, при всех значениях асимптотической функции трения профили поперечной скорости, полученные на основе численной модели и по формуле (8), практически совпадают между собой. При $\Psi_{aw} = -8.0$ поперечная скорость остаётся постоянной по всей толщине пограничного слоя, как и в случае асимптотического отсоса из безградиентного течения. При $\Psi_{aw} = -0.01$ профиль поперечной скорости соответствует профилю поперечной скорости в случае асимптотического ускоренного пограничного слоя на непроницаемой поверхности [16].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты численного и аналитического исследования ускоренного пограничного слоя на проницаемой поверхности. Получены аналитические выражения для профилей скорости и коэффициента трения в области асимптотического течения. Данные выражения во всех предельных случаях переходят в соответствующие соотношения для асимптотического отсоса, асимптотического отрицательного градиента давления и для оттеснения при вдуве газа в безградиентный поток.

На основе аналитического решения предложена относительная асимптотическая функция трения Ψ_{aw}. С одной стороны, эта величина является отношением коэффициентов трения при асимптотическом отсосе и асимптотическом отрицательном градиенте давления, а, с другой стороны, характеризует степень влияния ускорения и проницаемости стенки на пристенный поток.

Совместное влияние отрицательного градиента давления и проницаемости стенки на течение необходимо рассматривать при $-8.0 \le \Psi_{aw} \le -0.04$ и $0.04 \le \Psi_{aw} \le 8.0$; вне данных диапазонов параметры пограничного слоя можно рассчитать по более простым формулам для предельных случаев.

Представленное аналитическое решение справедливо в асимптотической области течения с постоянным по длине коэффициентом трения. Её границы при отсосе из ускоренного пограничного слоя увеличиваются до $K\,\mathrm{Re}_x = 0.04$ и $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} = 0.1$, а при вдуве – до $K\,\mathrm{Re}_x = 0.01$ и $\overline{j_w}\sqrt{\mathrm{Re}_x} \approx 1$.

Безразмерные профили продольной скорости при асимптотическом отсосе, асимптотическом отрицательном градиенте давления и их различных комбинациях практически совпадают между собой.

СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

c_f – коэффициент трения

$\overline{j_w} = V_w / U_e$ – интенсивность вдува или отсоса

$K = \left(\nu / U_e^2\right) dU_e / dx$ – параметр ускорения потока

Re_x – число Рейнольдса, рассчитанное по продольной координате

Re_y – число Рейнольдса, рассчитанное по поперечной координате и скорости основного течения U_e

Re^{**} – число Рейнольдса, рассчитанное по толщине потери импульса δ^{**}

U, V – компоненты скорости в продольном и поперечном направлениях [м/с]

x, y – продольная и поперечная координаты относительно поверхности обтекаемого тела [м].

δ - толщина динамического пограничного слоя [м]

$\delta^{**} = \int_0^\infty U/U_e\left(1 - U/U_e\right)dy$ – толщина потери импульса [м]

ν – кинематическая вязкость [м^2/с]

Ψ_{aw} – относительная асимптотическая функция трения

Индексы:

0 – параметры течения в начальном сечении

e – характеристики потенциального течения

w – параметры течения на стенке

ЛИТЕРАТУРА

1. Yu. A. Vinogradov, A.G. Zditovets, and M.M. Strongin, Experimental Investigation of the Temperature Stratification of an Air Flow through a Supersonic Channel with a Central Body in the Form of a Porous Permeable Tube, Fluid Dynamics 48 (5) (2013) 687 – 696.
2. A.I. Leont'ev, V. G. Lushchik, and M. S. Makarova, Numerical Investigation of Tube Flow with Suction through Permeable Walls, Fluid Dynamics, 49 (3) (2014) 362–368.
3. A.I. Leont'ev, V.G. Lushchik, and A.E. Yakubenko, Injection/Suction Effect on Energy Separation of Compressible Flows, Fluid Dynamics, 46 (6) (2011) 935–941.
4. I. I. Vigdorovich and A. I. Leont'ev, The Restoration Coefficient and Reynolds Analogy in a Boundary Layer with Injection and Suction over the Entire Prandtl Number Range, Fluid Dynamics, 46 (4) (2011) 565–578.
5. M.S. Makarov, S.N. Makarova, Efficiency of energy separation at compressible gas flow in a planar duct, Thermophysics and Aeromechanics, 20 (6) (2013) 757 – 767.
6. A. Wortman, A.F. Mills, G. Soo Hoo, The effect of mass transfer on recovery factors in laminar boundary layer flows, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 15 (3) (1972) 443 – 456.
7. Hui-Ren Zhu, Zhi-Gang Liu and Cun-Liang Liu, Investigation on the Influence of Various Mainstream Pressure Gradients on the Film Cooling Performances of Cylindrical Hole and Expansion Shaped Holes, Int. J. of Turbo and Jet Engines, 31 (1) (2014) 1 – 12.
8. B.Y. Maiteh, B.A. Jubran, Effects of pressure gradient on film cooling effectiveness from two rows of simple and compound angle holes in combination, Energy Conversion and Management, 45 (2004) 1457 – 1469.
9. R.J. Moffat and W.M. Kays, A review of turbulent boundary layer heat transfer research at Stanford 1958–1983, Adv. Heat Transfer 16 (1984) 242 – 365.
10. W.M. Kays, Convective Heat and Mass Transfer, New York, McGraw-Hill, 1966.
11. C. Bourassa and F.O. Thomas, An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer, J. of Fluid Mechanics 634 (2009) 359–404.
12. R.J. Loyd, R.J. Moffat and W.M. Kays, The Turbulent Boundary Layer on a Porous Plate: An Experimental Study of the Fluid Dynamics with Strong Favorable Pressure Gradients and Blowing, Report No. HMT-13 Foundation, Stanford University, California, May 1970.
13. Pohlhausen K., Zur näherungsweisen Integration der Differentialgleichung der laminaren Grenzschicht, ZAMM, 1 (1921) 252 – 268.
14. V.G. Lushchik, A. A. Pavel'ev, A.E. Yakubenko, Transition to turbulence in the boundary layer on a plate in the presence of a negative free-stream pressure gradient, Fluid Dynamics 39 (2) (2004) 250-259.
15. H. Schlichting, K. Gersten, Boundary layer theory, 8th ed., Springer, Berlin, 2003.
16. E.P. Volchkov, M.S. Makarov, A.Yu. Sakhnov, Boundary layer with asymptotic favorable pressure gradient, Int. J. of Heat and Mass Transfer 53 (13-14) (2010) 2837–2843.
17. A.D. Anderson, J. C. Tannehill, and R. H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, New York, Hemisphere Publishing Corporation, 1984.
18. H.L. Julien, W.M. Kays, and R.J. Moffat, Experimental Hydrodynamics of the Accelerated Turbulent Boundary Layer with and without Mass Injection, Report No. HMT-10 NASA, Stanford University, California, March 1970.
19. R. Iglisch, Exakte Berechnung der laminaren Reibungsschicht an der längsangeströmten ebenen Platte mit homogener Absaugung, Schriften d. dt. Akad. Luftfahrtforschung 8B (1) 1944. Translation: NACA-RM-1205 (1949).
20. D.W. Kearney, R.J. Moffat, and W.M. Kays, The Turbulent Boundary Layer: Experimental Heat Transfer with Strong Favorable Pressure Gradients and Blowing, Report No. HMT-12 NASA, Stanford University, California, April 1970

© Сахнов А.Ю.